



VOLUME A : LES OBLIGATIONS ET AUTRES TITRES DE CREANCES EN EURO

CHAPITRE 1 : OBLIGATIONS ET AUTRES TITRES DE CREANCE A REVENU FIXE

PARIS, DECEMBRE 2010



Comité de Normalisation Obligataire/The French Bond Association

Association régie par la loi du 1er juillet 1901

8 rue du Mail 75002 Paris

<http://www.cnofrance.org>

Volume A: Les Obligations et autres titres de créance en euro

Chapitre 1 : Obligations et autres titres de créance à revenu fixe

1. Généralités sur les instruments de taux d'intérêt et autres titres de créance.....	1
1.1. Fondement juridique français du moindre risque supposé des obligations	1
1.1.1. La récente modification du cadre juridique français des instruments financiers.....	1
1.1.2. Le moindre risque de crédit d'une « obligation à taux fixe vanille» par rapport aux actions	3
1.1.3. Une obligation structurée peut présenter un risque supérieur à celui d'une « obligation à taux fixe vanille »	4
1.1.4. La classification réglementaire des titres à revenu fixe et des titres à revenu variable.....	5
1.1.5. Le CNO restreint sa définition des titres à revenu fixe aux titres payant un taux d'intérêt	6
1.1.6. Résumé des principales caractéristiques des actions et autres titres à revenu variable	7
1.2. Volatilité du prix des obligations et composantes financières des taux d'intérêt.....	8
1.2.1. La référence commune des taux d'intérêt nominaux de marché	8
1.2.2. La marge payée par l'émetteur en sus de la référence commune de taux nominal	10
1.2.3. La cotation par arbitrage du prix des obligations comparée à celle des actions.....	10
1.3. Définition par le CNO des titres de créance payant un taux d'intérêt fixe ou variable.....	11
1.4. Les différentes expressions des taux d'intérêt	12
1.4.1. Calculs d'intérêts simples.....	12
1.4.2. Calculs d'intérêts composés également appelés intérêts capitalisés.....	13
1.4.3. Les taux équivalents.....	14
1.4.4. Le taux actuariel.....	14
1.4.5. Les taux zéro coupon	15
1.4.6. Les taux continus.....	16
1.5. Calcul de flux d'intérêt à partir d'un taux d'intérêt	17
1.5.1. La cotation en pourcentage des obligations et la notion de points de base.....	17
1.5.2. Conventions de calculs du nombre de jours des périodes d'intérêt	17
1.5.3. Règles d'ajustement des périodes d'intérêt en fonction des jours ouvrés	20
1.5.4. Règles d'ajustement des montants d'intérêt en fonction des jours fériés.....	21
1.5.5. Les coupures des obligations	22
1.5.6. Contraintes matérielles de règlement-livraison	24
2. Emprunts d'État à moyen et long terme à taux fixe	26
2.1. Généralités sur les emprunts d'Etat à taux fixe	26
2.1.1. Définition et cadre juridique des emprunts d'État	26
2.1.2. L'harmonisation des conventions du marché obligataire en euro	27
2.1.3. Des politiques d'émission similaires au sein de la zone euro	29
2.2. Les émissions à moyen et long terme de l'AFT, BTAN et OAT	29

2.2.1. Politique d'émission de l'AFT	29
2.2.2. Calculs de coupons.....	31
2.2.3. Calculs de prix	36
2.2.4. Actualisation à partir d'une composition pluri-annuelle du taux actuariel.....	41
2.2.5. Exemple à partir d'une composition semestrielle du taux actuariel	41
2.2.6. Impact de la périodicité des coupons sur le prix et la durée.....	42
2.2.7. Calculs de rendement actuariel composé annuellement à partir du prix	43
2.2.8. Indicateurs analytiques de prix avec une composition annuelle des intérêts.....	43
2.2.9. Les STRIPS ou démembrement des OAT.....	53
2.3. Emissions à long terme des autres émetteurs souverains	58
2.3.1. Politique d'émission.....	59
3. Emissions à long terme des émetteurs non souverains	62
3.1. Description des émissions non souveraines	62
3.1.1. Classification de marché des émetteurs non souverains	62
3.1.3. Politique d'émission des émetteurs non souverains	64
3.1.4. Caractéristiques financières des émissions non souveraines en euro	65
3.2. Caractéristiques de certaines catégories d'émissions obligataires en euro.....	65
3.2.1. Le marché européen des <i>Covered Bonds</i> , CB, ou obligations collatéralisées.....	65
3.2.2. Émissions subordonnées.....	67
3.2.3. Emissions perpétuelles	69
3.2.4. Emissions comportant des clauses de remboursement anticipé	70
3.2.5. Emissions comportant un saut de rémunération, <i>Step Up</i>	72
3.2.6. Emprunts amortissables selon un calendrier prédéterminé	72
3.3. Les coupons atypiques.....	75
3.3.1. Rappel des conventions du marché obligataire en euro	75
3.3.2. Définition des coupons atypiques.....	75
3.3.4. Coupons atypiques courts.....	76
3.3.6. Le cas exceptionnel des derniers coupons atypiques.....	79
4. Emprunts court terme des émetteurs souverains ou non souverains	80
4.1. Rappel des principales conventions des marchés monétaires en euro.....	80
4.1.2. L'accès au marché monétaire pour les intervenants non bancaires	82
4.2. Les emprunts court terme des émetteurs souverains.....	83
4.2.1. Les emprunts court terme de l'AFT.....	83
4.2.2. Autres émissions souveraines de Bons du Trésor.....	85
4.3. Les emprunts court terme des émetteurs non souverains.....	85

4.3.3. Le label STEP, Short Term European Paper.....	87
4.3.4 Conventions des emprunts courts des émetteurs non souverains	87
4.4. Indicateurs analytiques duration, sensibilité convexité des titres courts	89
Disclaimer.....	90

1. Généralités sur les instruments de taux d'intérêt et autres titres de créance

1.1. Fondement juridique français du moindre risque supposé des obligations

1.1.1. La récente modification du cadre juridique français des instruments financiers

Au cours des dernières années, dans le but d'améliorer la lisibilité et l'attractivité du droit français des instruments financiers, le Code Monétaire et Financier a, avec les ordonnances de juin 2004 et de janvier 2009, sensiblement simplifié et harmonisé avec les usages internationaux le droit des valeurs mobilières.

Ainsi, l'article 152 de la loi du 4 août 2008 de modernisation de l'économie vise à renforcer l'attractivité de la place française pour les émetteurs d'instruments financiers français et étrangers, en rapprochant le droit applicable aux émetteurs d'instruments financiers français des normes de référence prévalant dans les autres États membres.

L'ordonnance de janvier 2009 prise en application de la loi de modernisation de l'économie modifie le Code Monétaire et Financier et introduit, au sein des instruments financiers, d'une part la notion de « Titres Financiers », qui comprend notamment les valeurs mobilières, et d'autre part celle de « Contrats Financiers » qui remplace l'appellation d'instruments financiers à terme.

1.1.1.1. Définition des « Titres Financiers » créés par l'ordonnance de janvier 2009

Selon l'article L211-1 du Code Monétaire et Financier, les Titres Financiers sont :

- Les titres de capital émis par les sociétés par actions ;
- Les titres de créance, à l'exclusion des effets de commerce et des bons de caisse. Les obligations correspondent à une sous catégorie des titres de créance;
- Les parts ou actions d'organismes de placement collectif.

1.1.1.2. Nouvelle nomenclature des « Titres de Créance » selon le Code Monétaire et Financier

Le Code distingue :

- D'une part, l'appellation générique des « Titres de Créance » définie par l'article L213-1 A du Code Monétaire et Financier qui dispose que « Les titres de créance représentent chacun un droit de créance sur la personne morale ou le fonds commun de titrisation qui les émet ». Sous cette appellation générique, le Code définit quatre sous catégories de titres de créance :
 - Les titres de créance négociables, articles L213-1 à L213-4

- Les obligations, articles L213-5 à L213-6-2
 - Les titres émis par l'État¹, articles L213-21-1 à L213-31
 - Les titres participatifs², articles L213-32 à L213-35.
- D'autre part, la sous catégorie spécifique des « Titres de Créance Négociables », TCN : ces derniers sont définis par l'article L213-1 du Code qui stipule que les TCN « sont des titres financiers émis au gré de l'émetteur, négociables sur un marché réglementé ou de gré à gré, qui représentent chacun un droit de créance ». Hormis l'adjonction du qualificatif « Financiers » au mot « Titres », cet article reprend la définition des TCN donnée par la loi n° 91-716 du 26 juillet 1991. Les principales caractéristiques financières des TCN sont décrites au paragraphe 4.3 du chapitre 1 du Volume A.
 - Quant aux obligations elles sont définies par le Code Monétaire et Financier comme une autre sous catégorie spécifique des « Titres de Créance » repris au sens générique du terme, étant répertoriées au même niveau que les « Titres de Créance Négociables ». Selon l'article L.213-5 du code monétaire et financier, il n'existe qu'une seule catégorie d'obligations : « Les obligations sont des titres négociables qui, dans une même émission, confèrent les mêmes droits de créance pour une même valeur nominale ».

1.1.1.3. L'harmonisation avec les usages internationaux des titres de créance

L'ordonnance de janvier 2009 permet de rapprocher les obligations et autres titres de créance français des titres équivalents émis sur le fondement de droits étrangers :

- D'une part, la procédure d'émission des obligations en droit français a été simplifiée. Alors que l'émission d'obligations devait être précédemment autorisée par l'assemblée générale des actionnaires, l'article L228-40 du Code de Commerce a autorisé le conseil d'administration à déléguer à un ou plusieurs de ses membres, les pouvoirs nécessaires pour réaliser, dans un délai d'un an l'émission d'obligations et en arrêter les modalités.
- D'autre part, l'article L211-41 du Code Monétaire et Financier dispose que « sont assimilés aux titres financiers mentionnés à l'article L211-1 tous les instruments équivalents ou droits représentatifs d'un placement financier dans une entité émis sur le fondement de droits étrangers ».

Ce rapprochement des procédures d'émissions des obligations françaises ainsi que l'assimilation aux titres de créance français mentionnés à l'article L211-1 du Code Monétaire et Financier paraît lever les réticences de certains juristes qui hésitaient à assimiler à des obligations les *Euro Medium Term Notes*, *EMTN*³, émis en droit étranger.

¹ Comme cela sera évoqué dans la suite de ce document, les emprunts d'Etat se distinguent des autres titres de créance essentiellement par leur procédure régaliennne d'émission. En revanche, leurs caractéristiques financières sont le plus souvent identiques à celles des émissions non souveraines et les emprunts d'Etat peuvent être considérés de ce point de vue comme l'archétype des obligations ou autres titres de créance.

² Les Titres Participatifs sont évoqués au paragraphe 3.3.2.1 du Volume A.

³ Les EMTN sont décrits au paragraphe 3.1.2.1 du présent chapitre.

1.1.1.4. Rappel de la liberté contractuelle d'indexation des titres de créance en droit français

L'article L112-3-1 du Code Monétaire et Financier créé par l'ordonnance de janvier 2009 dispose : « Nonobstant toute disposition législative contraire, l'indexation des titres de créance et des contrats financiers mentionnés respectivement au 2 du II et au III de l'article L211-1 est libre ».

- En octobre 2010, l'AMF, « devant l'asymétrie d'information qui existe entre les investisseurs non professionnels et les producteurs de titres de créance complexes » a publiquement rappelé la responsabilité des différents prestataires de services d'investissement dans l'information donnée aux clients non professionnels sur ces produits⁴. Toutefois, si l'AMF peut sanctionner les entreprises commercialisant en France des titres de créance complexes pour défaut d'information des investisseurs, elle ne peut pas sur le fond interdire de documenter en droit français de telles émissions, puisque le Code Monétaire et Financier a adopté le principe de la liberté contractuelle de la rémunération des titres de créance.
- Le nouvel article L112-3-1 du Code Monétaire et Financier qui dispose la liberté contractuelle de la rémunération des titres de créance ne modifie aucun autre article précédent du Code Monétaire et Financier, puisque ce Code n'imposait pas de contraintes sur le paiement des intérêts ou le prix de remboursement des obligations et autres titres de créance. La liberté contractuelle ainsi rappelée permet de prévoir au contrat d'émission que lorsque le prix de remboursement d'une obligation ou d'un titre de créance dépend de la variation d'un indice, en fonction de l'évolution de cet indice, le prix de remboursement du titre puisse être égal à zéro, dès lors que la formule d'indexation du rendement ou du prix de remboursement du titre est explicitement prévue au contrat d'émission. Le porteur de l'obligation peut ainsi perdre la totalité de son investissement.

1.1.2. Le moindre risque de crédit d'une « obligation à taux fixe vanille⁵ » par rapport aux actions

Les flux d'une obligation à taux fixe non structurée étant totalement prédéterminés, le risque théorique que porte un investisseur obligataire sur la seule qualité de crédit de l'émetteur est toujours inférieur au risque de crédit que porte un actionnaire sur ce même émetteur⁶. Cela tient d'abord au rang de remboursement senior des porteurs obligataires par rapport aux titulaires d'actions d'un même émetteur :

⁴ http://www.amf-france.org/documents/general/9631_1.pdf

⁵ Le terme « obligation à taux fixe vanille » est utilisé par opposition aux termes obligations structurées ou « obligations complexes » selon la terminologie de l'AMF. Les titres financiers les plus simples sont souvent qualifiés de « vanille » (*plain vanilla*), étant généralement les premiers apparus et les plus répandus.

⁶ Ce document compare le risque de crédit théorique que porte un investisseur obligataire sur un emprunt à taux fixe non structuré d'un émetteur donné, par rapport au risque de crédit que porte un titulaire d'actions émises par ce même émetteur. La règle du moindre risque de crédit des obligations par rapport aux actions ne s'applique que dans le cas de titres d'un même émetteur. En revanche, pour un investisseur, une obligation émise par un émetteur présentant un profil de risque élevé peut s'avérer plus risquée qu'une action émise par une autre entreprise présentant globalement un moindre profil de risque de crédit.

1.1.2.1. En cas de liquidation, les obligataires sont remboursés avant les actionnaires

Une obligation est un titre de créance qui représente une part d'un emprunt émis par une entreprise. En cas de liquidation judiciaire de l'émetteur, les actionnaires ne seront remboursés qu'en dernier rang, après remboursement préalable de l'ensemble des porteurs de titres de créance, qu'ils soient des créanciers seniors ou subordonnés⁷.

1.1.2.2. L'émetteur d'une obligation à taux fixe vanille doit respecter un calendrier de paiement

En contrepartie du prêt qu'il a consenti, le porteur de l'obligation reçoit un intérêt et le montant emprunté doit lui être remboursé à l'échéance, selon les modalités contractuelles prévues au contrat d'émission de l'emprunt. Par exemple, l'émetteur d'une obligation à 5 ans à un taux de 4% « vanille » s'engage contractuellement et inconditionnellement à verser tous les ans un coupon de 4% et à rembourser le principal à l'échéance des 5 ans. Le non respect de ces obligations contractuelles constitue un cas de défaut.

1.1.3. Une obligation structurée peut présenter un risque supérieur à celui d'une « obligation à taux fixe vanille »

Comme déjà indiqué, l'article L112-3-1 du Code Monétaire et Financier rappelle que « l'indexation des titres de créance et des contrats financiers repris par l'article L211-1 est libre ».

1.1.3.1. Sans défaillance de l'émetteur, une obligation complexe peut être remboursée à zéro

Ainsi, selon l'indexation du titre, dans des circonstances extrêmes, le porteur peut perdre la totalité de son investissement. L'acquéreur d'une obligation complexe peut ainsi porter un double risque :

- Non seulement le risque de crédit sur l'émetteur qui est inhérent à toute émission de titres de créance,
- Mais également un risque de non remboursement du titre, dans le cas d'une évolution préjudiciable de l'indice de référence de l'obligation complexe et cela, en l'absence de détérioration du risque de crédit de l'émetteur.

⁷ Les emprunts subordonnés sont brièvement décrits au paragraphe 3.2.2 du présent chapitre.

1.1.3.2. Exemple d'obligation complexe

Nous prenons l'exemple d'une obligation catastrophe émise, en novembre 2010, pour le compte d'un assureur cherchant à se couvrir contre les risques financiers liés à d'éventuelles tempêtes dans neuf pays européens⁸.

Le prix de remboursement de ce titre ainsi que son coupon sont indexés sur l'indice PERILS, un indice de données de marché sur les événements catastrophe s'appuyant sur les informations fournies par des compagnies d'assurance actives dans les régions couvertes par cet indice, (<http://www.perils.org/>).

Cette émission de 275 millions d'euros lancée en novembre 2010 porte une échéance janvier 2014, date à laquelle l'obligation doit en principe être remboursée au pair, et offre un rendement de 3,50% au dessus de l'Euribor 3 mois.

Toutefois, le contrat d'émission prévoit qu'au cours de la vie de l'obligation, selon le niveau constaté de l'indice PERILS à chaque fixation de coupon, l'investisseur pourra perdre tout ou partie du remboursement du titre, et la compagnie d'assurances percevra un montant équivalent au principal non remboursé à l'investisseur, permettant à la compagnie de se couvrir contre les éventuels dégâts qu'elle devra indemniser.

1.1.4. La classification réglementaire des titres à revenu fixe et des titres à revenu variable

Les Directives européennes ainsi que les textes réglementaires domestiques qui les transposent en droit national proposent une classification différente des titres financiers comparée à celle reprise par le Code Monétaire et Financier. Selon cette classification, les régulateurs internationaux considèrent l'investissement en obligations ou autres titres de créance à taux variable comme moins risqué que l'investissement en actions ou autres titres à revenu variable d'un même émetteur :

- Comme le Code Monétaire et Financier, ces Directives distinguent dans le bilan des banques et des compagnies d'assurances, d'une part, les obligations et autres titres de créance, des actions.
- En revanche, elles précisent que l'appellation réglementaire « Titres à revenu fixe » englobe également les titres payant un taux d'intérêt variable : les titres à taux variable indexés sur un taux d'intérêt de marché prédéterminé ou pré-déterminables sont assimilés à des « titres à revenu fixe », dès lors qu'ils sont indexés sur un taux de marché interbancaire, de l'euromarché ou obligataire.
- Ces Directives précisent également que la catégorie des titres à revenu variable inclut, outre les actions, les autres titres qui ne sont pas repris dans la catégorie des titres à revenu fixe.

Cette classification réglementaire des titres à revenu fixe et des titres à revenu variable est pour le marché particulièrement structurante. Les règles de calcul applicables à ces deux types d'instruments ainsi que leur mode de comptabilisation selon les normes internationales sont très différents.

⁸ Allemagne, Belgique, Danemark, France (hors DOM-TOM), Irlande, Luxembourg, Pays-Bas, Royaume-Uni et Suisse.

1.1.5. Le CNO restreint sa définition des titres à revenu fixe aux titres payant un taux d'intérêt⁹

Le CNO constate que les notions de Titres de Capital et de Titres de Créance définies par le Code Monétaire et Financier ne permettent pas de garantir dans tous les cas le moindre risque du porteur obligataire, par rapport à celui de l'actionnaire, du fait de la liberté contractuelle de rémunération des obligations et autres titres de créance prévue par le Code Monétaire et Financier :

- Pour mesurer le niveau de risque d'un investisseur obligataire par rapport à celui du titulaire d'actions du même émetteur, le CNO préfère se baser sur la distinction réglementaire entre les « titres de créance à revenu fixe » et les « titres à revenu variable » proposée par les Directives européennes et reprise dans les réglementations domestiques, pour la classification des actifs des banques et des compagnies d'assurances.
- Toutefois, pour éviter l'ambiguïté que peut induire le terme « Titres à revenu fixe » alors que ces Directives précisent que cette catégorie inclut les titres de créance à taux variable dont la rémunération est indexée sur un taux d'intérêt de marché, le CNO propose de distinguer expressément les « Titres de créance payant un taux d'intérêt fixe ou variable » et les « Titres dont le revenu à taux variable ne dépend pas directement des taux d'intérêt ».
- Enfin, sous l'appellation « titres payant un taux d'intérêt fixe ou variable », le CNO regroupe les titres de créance, reprenant ainsi sur ce point la classification du Code Monétaire et Financier et celle des Directives européennes, mais limite l'inclusion dans cette catégorie aux seuls titres de créance dont le revenu constitue un taux d'intérêt, qu'il soient à taux fixe ou à taux flottant.

1.1.5.1. Les titres de créance sont, en cas de liquidation, seniors par rapport aux actions

Dans le cas d'une obligation à taux fixe non structurée, le risque théorique que porte un investisseur obligataire sur la seule qualité de crédit de l'émetteur est toujours inférieur au risque de crédit que porte un actionnaire sur ce même émetteur. Cela tient au rang de remboursement senior des porteurs obligataires par rapport aux titulaires d'actions d'un même émetteur, puisqu'en cas de liquidation, les obligataires qui peuvent produire 100% de leur créance nominale sont remboursés avant les actionnaires.

1.1.5.2. La rémunération des obligations est indépendante des résultats de l'émetteur

A l'échéance des titres, l'investisseur ne bénéficie, en principe, d'aucune source de plus value, étant remboursé au pair.

⁹ Cette catégorie comprend également les obligations zéro coupon dont l'intérêt est capitalisé et payable *in fine* sous forme de prime de remboursement, ainsi que les obligations zéro coupon émises en-dessous du pair.

1.1.5.3. Les obligations paient un taux d'intérêt de marché

Une obligation étant un titre de créance représentatif d'un prêt fait par l'obligataire à l'émetteur de l'obligation, le taux d'intérêt peut être défini comme la rémunération dans le temps d'un prêt d'argent. Il est le plus souvent exprimé en pourcentage comme un taux annuel, qui appliqué au montant nominal du prêt et à sa durée permettra de calculer les intérêts dus par l'emprunteur selon un échéancier prévu au contrat.

Le revenu préfixé des « Titres de créance payant un taux d'intérêt » est :

- Soit fixe, par exemple une obligation à 5 ans payant un coupon fixe de 4% qui est remboursée au pair à l'échéance,
- Soit fonction d'une variable objective, externe dont le mode de calcul est prédéterminé, dans le cas des taux d'intérêt variables ou indexés sur l'inflation¹⁰. Ce sera par exemple le cas du coupon payé par un *Floating Rate Note, FRN*, à 5 ans dont le coupon est référencé sur le taux de l'Euribor 3 mois, majoré d'une marge de 25 bps.
- Comme explicité dans la seconde partie de ce document consacrée aux dérivés de taux d'intérêt, le mécanisme des swaps de taux d'intérêt permet de convertir à tout moment une exposition à un taux d'intérêt variable de marché, en un taux fixe et vice versa, ce qui explique pourquoi, sur le plan théorique, un emprunt à taux fixe et un emprunt à taux variable présentent un risque de crédit équivalent¹¹.
- Pour le CNO, la catégorie des titres payant un taux d'intérêt fixe ou variable comprend également les titres de créance optionnels, dès lors que leur option sous jacente est limitée aux seuls taux d'intérêt. En effet, ces titres optionnels peuvent être valorisés à partir d'une courbe de taux d'intérêt à laquelle, dans le cas de produits optionnels, il convient d'ajouter une courbe de volatilité des taux d'intérêt.

1.1.6. Résumé des principales caractéristiques des actions et autres titres à revenu variable

A l'opposé des Titres de créance payant un d'intérêt fixe ou variable, les titres dits « à revenu variable » comprennent les actions ou les autres titres dont le revenu est incertain et dépendant par exemple, soit du résultat d'une entreprise, soit de la survenance d'un risque non financier comme celle d'une catastrophe naturelle.

¹⁰ Cette catégorie de titres payant un taux d'intérêt variable comprend également les titres payant un coupon post-déterminé, dès lors que le mode de calcul de ce dernier est prédéfini, ce qui est le cas par exemple des obligations référencées sur l'Eonia ou des obligations indexées sur l'inflation.

¹¹ Certains pourraient objecter que le risque de crédit d'une obligation à taux variable augmente le risque de crédit porté sur l'émetteur, en cas de hausse des taux, mais inversement le risque de crédit sur l'émetteur d'une obligation à taux variable diminue, en cas de baisse des taux.

Cette définition du CNO rejoint la catégorie définie par les Directives européennes, regroupant à la fois les actions ordinaires et les autres titres à taux variable, tout en précisant que cette catégorie regroupe des titres dont le revenu n'est pas dépendant d'un taux d'intérêt. Les principales caractéristiques des actions¹² et des autres titres à taux variable¹³ sont respectivement sommairement présentées en notes de bas de page.

1.2. Volatilité du prix des obligations et composantes financières des taux d'intérêt

Les flux d'intérêt des obligations et autres titres de créance peuvent être analysés comme la somme d'un taux d'intérêt de référence communément accepté et d'une marge payée par l'émetteur.

1.2.1. La référence commune des taux d'intérêt nominaux de marché

Outre les variables classiques, taux d'actualisation, caractéristiques propres aux actions, d'autres facteurs expliquent la plus faible volatilité du prix d'un titre de créance à revenu fixe et notamment son mode de cotation. Le prix des titres de créance payant un taux d'intérêt intègre une composante commune permettant de comparer le rendement des titres dans une même devise et sur une même échéance. Elle provient généralement du marché monétaire, du marché obligataire ou d'une courbe de swaps de taux d'intérêt.

Cette référence à un taux nominal, somme du taux réel et de l'anticipation de l'inflation, ou à un taux réel, dans le cas d'un instrument indexé sur l'inflation, reflète l'environnement économique du moment¹⁴. L'existence de cette référence commune explique pourquoi les titres d'émetteurs distincts mais de qualité de crédit similaire offrent généralement un rendement très voisin.

¹² Les actions présentent sommairement les caractéristiques suivantes :

- Leur rémunération appelée dividendes varie en fonction des résultats de l'émetteur.
- Les actions ne sont en principe remboursées qu'à la liquidation de l'émetteur. Dans ce cas, l'actionnaire ne bénéficiera d'un boni éventuel de liquidation qu'après remboursement préalable de la communauté des créanciers seniors ou subordonnés.
- Les actions ordinaires sont accompagnées d'un droit de vote aux assemblées générales donnant au porteur un droit de regard sur la gestion de l'entreprise.
- Leur prix qui peut théoriquement varier de zéro à l'infini dépend essentiellement des modifications de l'espérance du free cash flow de l'entreprise et de la modification de l'équilibre offre-demande sur le titre, augmentation de capital, perspectives d'OPA etc.

¹³ Les autres Titres à revenu variable : à coté des actions, cette sous catégorie reprend les titres dont la rémunération variable n'est pas considérée comme un taux d'intérêt. Comme dans le cas des actions, leur revenu est incertain, mais ce revenu peut ne pas dépendre nécessairement du résultat de leur émetteur. Ce revenu peut par exemple varier en fonction du cours de matières premières ou de la survenance d'une catastrophe naturelle. L'analyse de ces titres ne correspond pas à l'expertise du CNO qui se focalise sur les instruments de taux d'intérêt.

¹⁴ L'équation de Fisher décompose le rendement d'une obligation nominale selon la formule suivante :

$$(1 + Nomy) = (1 + Realy) * (1 + EI) * (1 + IRP) \quad (A.2.1.1)$$

1.2.1.1 Théoriquement, cette référence de taux nominal ne devrait pas ex ante être négative¹⁵

En théorie cette référence commune de taux nominal ne devrait pas être négative : sinon, plutôt que d'acquérir des titres, les investisseurs préféreraient soit détenir des espèces soit investir dans d'autres actifs que des titres de créance.

Dans la pratique certains pays ont expérimenté des taux faiblement négatifs, mais seulement sur de relativement courtes périodes¹⁶. Aussi, l'éventuelle occurrence future de taux d'intérêt nominaux faiblement négatifs dans des circonstances exceptionnelles ne peut-elle pas être formellement exclue.

1.2.1.2 Le prix à l'échéance d'une obligation doit garantir un minimum de remboursement¹⁷

Pour assurer ex ante que le rendement à l'échéance d'une obligation ne puisse pas devenir négatif, le flux de principal d'un titre de créance¹⁸ payant un taux d'intérêt fixe ou variable doit garantir une valeur minimum de remboursement. Les obligations indexées sur l'inflation comportant une garantie de remboursement au pair appartiennent clairement à la catégorie des titres à revenu fixe. La plupart des émissions souveraines indexées prévoient cette garantie, dans le cas où à l'échéance, la référence d'inflation serait inférieure à la valeur de l'indice au lancement de l'émission.

Avec :

Nomy : Rendement Nominal

Realy : Rendement réel

EI : Inflation Anticipée

IRP : Prime de Risque sur l'inflation

¹⁵ Bien évidemment, l'investisseur vendant un titre avant son échéance peut subir un rendement négatif, si par exemple dans le cas d'une obligation à taux fixe, les taux d'intérêt ont monté depuis son acquisition.

¹⁶ Cela a notamment été le cas au cours des mois ayant suivi la faillite de Lehman Brothers, sur les Bons du Trésor américains, les investisseurs préférant abandonner quelques points de base à court terme, plutôt que de prendre un risque de crédit.

- L'histoire financière a gardé en mémoire les taux d'intérêt négatifs imposés par les autorités suisses sur les dépôts de non-résidents durant les années 1970, pour freiner l'appréciation du cours du franc suisse. Il ne s'agissait pas alors de taux d'intérêt du marché, mais de taux réglementés.
- Sur le marché domestique japonais, il a pu arriver que le marché affiche, pour des raisons techniques, des taux d'intérêt courts négatifs. Toutefois, le TIBOR, Tokyo Interbank Offered Rate, même à 1 semaine, n'a jamais été coté en dessous de 0 depuis janvier 1999.
- Selon la Réserve Fédérale de Saint Louis, les taux d'intérêt négatifs découlent, dans un environnement général de faibles taux d'intérêt, d'un service rendu par la banque au déposant, protection contre le vol par exemple ou contre la faillite de la banque dépositaire, lorsque l'Etat garantit les dépôts bancaires. *Nominal Interest Rate: Less than zero? Federal Reserve Bank St Louis Monetary Trends, January 1999.*

¹⁷ Pris séparément, un taux d'intérêt réel ou un taux d'inflation peuvent être négatifs :

- Un taux d'intérêt réel peut être négatif, mais dans le cas d'un titre de créance ce n'est que la composante du revenu d'un titre de créance, son rendement étant toujours associé, à la différence d'un swap d'inflation, à un rendement nominal. Dans le passé, en période d'inflation élevée, le marché a enregistré des taux d'intérêt négatifs par rapport à l'inflation courante. Le taux réel de marché d'obligations indexées proches de l'échéance est également parfois négatif. Cela a été le cas également en octobre 2010, lors d'une adjudication de *Treasury Inflation Protected Securities, TIPS*, à 5 ans.
- L'inflation peut également être négative, mais dans ce cas, le taux réel coté par le marché devrait compenser l'inflation négative attendue, si l'on admet qu'un taux nominal de marché ne peut pas normalement être négatif. Nous verrons plus loin qu'ex post, le principal des obligations indexées sur l'inflation peut générer un taux de rendement interne négatif. Mais les coupons des obligations indexées adoptant l'application d'un coefficient d'indexation ne peuvent pas être négatifs.

¹⁸ Ou sur les flux de principal, dans le cas d'un titre amortissable en plusieurs échéances.

1.2.2. La marge payée par l'émetteur en sus de la référence commune de taux nominal

La marge payée par l'émetteur en sus de ce taux de référence, comporte plusieurs éléments, le risque de crédit de l'émetteur et un « spread » de liquidité selon la loi de l'offre et la demande. Cette décomposition de la marge payée par l'émetteur, en sus de la référence commune, explique pourquoi un même émetteur peut payer des marges différentes sur une même échéance, selon le type d'instruments qu'il émet. Ainsi, un émetteur, sur une échéance à 10 ans par exemple, ne paie pas nécessairement une marge identique, comparée à la courbe des swaps de taux d'intérêt, sur ses obligations à taux fixe ou sur ses obligations indexées sur l'inflation.

1.2.3. La cotation par arbitrage du prix des obligations comparée à celle des actions

A la différence de la cotation des actions, les cotations obligataires ne reposent que rarement sur la simultanéité d'intérêts opposés¹⁹. En effet, l'existence d'une référence commune de taux d'intérêt permet de coter par arbitrage les obligations sur un marché de gré à gré intermédié soit avec d'autres obligations du même émetteur ou d'autres émetteurs soit avec une courbe de swaps de taux d'intérêt.

C'est pourquoi, l'analyse du rendement d'un titre obligataire peut correspondre à deux modes de cotations, l'un basé sur le propre rendement actuariel absolu de l'obligation, l'autre comparant le rendement de différents titres obligataires par référence à une marge d'asset swap.

1.2.3.1. Cotation basée sur le propre rendement actuariel d'une obligation

Soit l'on considère que chaque titre offre un rendement qui lui est propre et, dans ce cas, le calcul purement actuariel du rendement de l'obligation à partir d'un taux unique, tel que détaillé dans ce Volume A, est parfaitement justifié²⁰,

¹⁹ Sur les obligations, le teneur de marché ne se rémunère pas par un mécanisme de commissions. Il s'agit en contrepartie des vendeurs ou des acheteurs, ayant construit dans ses livres des positions acheteuses, respectivement vendeuses, sur des titres qu'il a achetés, respectivement vendus, en attendant de les vendre, respectivement racheter. Toutefois, le Comité « Cassiopée » (<http://www.cassiopee-bonds.com/>) envisage la création de plates-formes obligataires qui fonctionneraient par appariement (*matching*) des ordres. En novembre 2010, trois opérateurs dont les projets ont été agréés par le comité « Cassiopée », ont annoncé leur intention de mettre en place de telles plates-formes au cours du 1^{er} trimestre 2011.

²⁰ Si chaque titre offre un rendement qui lui est propre, par définition il ne paie pas de marge par rapport à ce rendement et la courbe des taux de rendement actuariel étant plate, la méthode du zéro coupon est inutile. En revanche dans le cas d'une valorisation contre swap, la marge payée sur la jambe flottant sera valorisée sur la courbe des taux de swaps zéro coupon à taux fixe.

1.2.3.2. Cotation comparant la marge d'asset swap²¹ de différentes obligations

Soit l'on cherche à comparer le rendement d'un titre avec celui d'autres titres sur une même échéance, en faisant référence par exemple à la courbe des swaps de taux d'intérêt, et dans ce cas, il est nécessaire de recourir à la construction d'une courbe zéro coupon, telle qu'exposée dans le Volume B²².

1.3. Définition par le CNO des titres de créance payant un taux d'intérêt fixe ou variable

Au cours des dernières années, les émissions combinant des caractéristiques de ces deux types de valeurs mobilières que sont les actions et les obligations se sont multipliées, créant parfois une difficulté pour la classification de ces titres. Début 2007, le CNO qui est spécialisé sur les normes de calcul des instruments de taux d'intérêt a précisé sa définition des obligations et autres titres de créance, se basant sur une analyse économique et financière de ces titres.

L'attention du lecteur est attirée sur le fait que la définition proposée par le CNO est économique et financière et diffère donc des définitions qui peuvent être retenues par les différents droits européens.

Proposition de définition par le CNO des titres de créance payant un taux d'intérêt fixe ou variable

Les obligations et autres titres de créance portent des flux d'intérêt futurs qui sont soit fixes soit fonction d'une variable objective, externe et prédéterminée, dans le cas de taux d'intérêt variables :

- A. *Ces titres doivent comporter un prix de remboursement fixe ou minimum garantissant que leur rendement calculé ex ante, aux conditions de marché du moment, ne peut, **dans des conditions normales de marché**, être négatif.*
- B. *Ils doivent offrir aux investisseurs, jusqu'à leur remboursement, un rendement courant soit fixe soit fortement corrélé avec leur taux de référence, dans le cas de titres à taux d'intérêt variable :*
 - *Le rendement courant des titres payant un taux d'intérêt variable est exclusivement fonction de la référence de taux utilisée, taux d'intérêt monétaire, obligataire ou taux de swap, et de la marge propre à l'émetteur, pour la maturité et la devise considérées;*

²¹ La technique de l'asset swap qui sera décrite dans le Volume B de ce document consiste le plus souvent à acheter une obligation à taux fixe et à entrer simultanément dans un contrat de swap de taux d'intérêt permettant de transformer de manière synthétique les flux de l'obligation à taux fixe en des flux à taux variable.

²² Cette différence de valorisation des titres émis par un même émetteur sera détaillée dans le Volume B traitant des dérivés de taux et des valorisations en asset swap des titres obligataires. Elle met en évidence un spread de liquidité lié à la loi de l'offre et de la demande. Dans le cas d'un titre payant un taux d'intérêt variable, seule la marge payée par l'émetteur est fixée et le coupon varie, à chaque fixation de sa référence, avec l'évolution de l'environnement économique et financier.

- *Le coupon de titres payant un taux d'intérêt variable ne peut devenir nul ou négatif du fait, notamment, de l'application d'un coefficient multiplicateur appliqué à leur référence, indépendamment de la présence éventuelle d'un minimum de rémunération « floor » ;*

C. Les caractéristiques précitées des obligations et autres titres de créance doivent rester inchangées jusqu'à leur échéance.

1.4 Les différentes expressions des taux d'intérêt

Selon les marchés, les taux d'intérêt sont souvent exprimés à partir de conventions de marché différentes. Dès lors, pour un même taux d'intérêt facial, le montant des intérêts appliqués à un emprunt pourra varier selon les conventions retenues²³.

1.4.1. Calculs d'intérêts simples

Le taux facial ou nominal²⁴ d'un emprunt est le taux d'intérêt défini à l'émission qui, multiplié par la valeur nominale de l'emprunt et appliqué proportionnellement à la durée de l'opération, sert à calculer le montant des intérêts en pourcentage du nominal de l'emprunt. L'intérêt est versé en une seule fois, au début de la période d'intérêt, dans le cas d'intérêts précomptés, ou à la fin de la période d'intérêt, dans le cas d'intérêts post-comptés. Les taux d'intérêt simples peuvent selon les marchés être exprimés de différentes manières, sans que cela influe sur le montant des intérêts versés en euros :

- Sur les marchés monétaires et obligataires, les taux faciaux sont généralement exprimés en pourcentage et pour une période annuelle²⁵, même si la durée de l'emprunt concerné est inférieure à une année. Le calcul des intérêts consiste à multiplier le taux d'intérêt facial ou nominal annuel de l'emprunt par la valeur nominale du titre, proportionnellement à la durée de l'emprunt.
- D'autres marchés utilisent la notion de taux proportionnels : plutôt que d'afficher le taux de l'emprunt en taux annuel, le taux proportionnel correspond à la fraction du taux annuel divisé par le nombre de périodes d'intérêt dans l'année. Ainsi, un taux simple annuel de 4,5% sera affiché comme un taux de 2,25%, dans le cas d'intérêts semestriels ou de 1,125%, dans le cas d'intérêts trimestriels, et ce taux sera directement appliqué au montant notionnel de l'emprunt.

²³ Dans la pratique, les conventions de calcul applicables sur les différents marchés, marché monétaire ou obligataire notamment, peuvent introduire des modes de calculs particuliers des intérêts. Ces différentes conventions liées au mode de décompte des jours des périodes d'intérêt seront détaillées, lors de la description des flux d'intérêt des différents marchés.

²⁴ Traditionnellement, le taux nominal d'un emprunt obligataire était défini comme le taux qui appliqué au montant nominal de l'emprunt permet de calculer le montant des intérêts. Depuis l'introduction des obligations indexées sur l'inflation, on qualifie également de taux nominal le taux d'un emprunt payant un taux composé d'un taux d'intérêt réel et de l'inflation anticipée, par opposition au coupon fixe d'une obligation indexée sur l'inflation dont le rendement est exprimé en pourcentage du seul taux réel. Pour éviter toute confusion, ce document qualifie, le plus souvent, de rendement nominal le taux fixe ou variable des obligations payant à la fois un taux réel ainsi que l'anticipation de l'inflation.

²⁵ Sauf indication contraire, ce document se réfère à des taux faciaux exprimés en taux annuels, quelle que soit la périodicité du paiement des intérêts.

Le tableau ci-dessous montre que, dans le cas d'intérêts simples, un taux facial annuel ou un taux proportionnel produisent le même montant d'intérêt en euro.

Montant euros	Taux facial annuel			Taux proportionnel	
	Taux annuel	Nombre de périodes	Intérêts semestriels	Taux proportionnel	Intérêts semestriels
10 000,00 €	4,50%	2	225,00 €	2,25%	225,00 €

1.4.2. Calculs d'intérêts composés également appelés intérêts capitalisés

Un emprunt produit des intérêts composés si, à la fin de chaque période, les intérêts au lieu d'être payés, sont ajoutés au montant de l'emprunt pour produire de nouveaux intérêts, à un taux identique à celui de l'emprunt initial, au cours de la période d'intérêt suivante. Les intérêts ainsi capitalisés seront payés à l'échéance du titre sous la forme d'un coupon unique:

- Coupon unique capitalisé : le prix en pourcentage à l'échéance d'un coupon unique, post-compté à partir d'un taux actuariel annuel, est calculé selon la formule suivante :

$$P_{Capitalised} = 100 * (1 + y_a)^{L_{ia}} \quad (A.1.1.1)$$

Avec :

$P_{Capitalised}$: Prix en pourcentage capitalisé
L_{ia}	: Durée en années entières et fraction d'année séparant la date de règlement-livraison de celle du ième flux de remboursement
y_a	: Rendement actuariel composé annuellement

- Emprunt zéro coupon : le prix net est calculé selon la formule suivante à partir d'un taux actuariel annuel :

$$P_{Net} = 100 / (1 + y_a)^{L_{ia}} \quad (A.1.1.2)$$

Avec :

P_{Net}	: Prix net à la date de règlement-livraison exprimé en pourcentage
y_a	: Rendement actuariel composé annuellement
L_{ia}	: Durée en années entières et fraction d'année séparant la date de règlement-livraison de celle du ième flux de remboursement

Comme le montre le tableau ci-dessous, à taux d'actualisation et durée identiques, un coupon unique et un zéro coupon présentent, en euro, le même profil de remboursement.

Coupon unique				Zéro coupon			
Montant nominal à l'émission	Durée années	Taux annuel	Montant total à l'échéance	Montant nominal à l'échéance	Durée années	Taux annuel	Montant net à l'émission
6 139,13 €	10	5,00%	10 000,00 €	10 000,00 €	10	5,00%	6 139,13 €

1.4.3. Les taux équivalents

Deux taux correspondant à des périodes d'intérêt différentes sont équivalents, si ces taux composés sur une durée d'une année donnent le même résultat que le taux annuel. Le taux équivalent proportionnel d'un taux annuel se calcule à partir de la formule suivante :

$$ER = (1 + y_h)^h - 1 \quad (A.1.1.3)$$

Avec :

ER	: Taux équivalent
y_h	: Rendement actuariel composé h fois dans l'année
h	: Nombre de paiements d'intérêts par an. Dans le cas de paiements annuels $h = 1$

Le tableau ci-contre affiche les taux proportionnels équivalents exprimés en taux proportionnels et annuels équivalents à un taux annuel de 6%.

Périodicité en mois	Taux périodique		Taux équivalent annuel
	Proportionnel	Annuel	
1	0,486755%	5,84106%	6,000%
3	1,467385%	5,86954%	6,000%
6	2,956301%	5,91260%	6,000%
12	6,00000%	6,00000%	6,000%

1.4.4. Le taux actuariel

1.4.4.1. Définition du taux actuariel

Le taux actuariel est le taux constant d'actualisation qui égalise la valeur actuelle de l'échéancier d'un emprunt et son prix observé coupon couru inclus. Le mode de calcul du rendement actuariel est détaillé ultérieurement dans les paragraphes décrivant les obligations à taux fixe.

Dans le cas d'un emprunt à taux fixe émis au pair et remboursé au pair, en l'absence de frais facturés à l'investisseur, le taux actuariel annuel est égal au coupon distribué par le titre, exprimé comme pourcentage de la valeur nominale de l'emprunt.

1.4.4.2. Expression du taux actuariel

Depuis l'harmonisation du marché obligataire en euro, le CNO admet, comme l'ICMA, que les taux actuariels peuvent être publiés en composant les intérêts sur des périodicités inférieures à l'année et en utilisant des bases de calcul Exact/Exact ou Exact/360, à la condition que cette périodicité et cette base de calcul soient explicitement mentionnées²⁶. En l'absence d'une telle mention, les taux actuariels sont censés correspondre à une composition annuelle des intérêts en base Exact/Exact.

²⁶ Les différentes bases de calcul des intérêts sont décrites au paragraphe 1.5.2.1 du présent chapitre.

1.4.4.3. Utilisation du taux actuariel ex ante

Les gestionnaires d'actifs financiers sélectionnent parmi les produits d'investissement existants celui ou ceux qui leur procureront le meilleur rendement financier à risque donné et ils recherchent les indicateurs les plus aptes à opérer cette sélection. Le prix de marché d'un actif est généralement peu comparable au prix d'autres produits d'investissements potentiels en raison des différences de structure entre ces produits, durée, intérêts servis, risques liés à l'émetteur, liquidité, etc. Le taux de rendement actuariel transforme le prix de marché de différents actifs en un rendement attendu de leur structure de flux, en prenant l'hypothèse que le taux d'actualisation de chacun de ces flux est constant. Cette hypothèse présente l'avantage d'offrir une comparaison directe du rendement attendu ex ante de ces différents actifs et permet le calcul d'un certain nombre d'indicateurs utiles, taux de rendement actuariel, marge actuarielle, sensibilité, durée, convexité, etc.

1.4.4.4. Limites de l'utilisation du taux actuariel ex post

L'hypothèse d'un taux de rendement constant se révèle simplificatrice car elle masque pour l'investisseur le risque de réinvestissement des coupons. Le taux de rendement actuariel ne saurait à aucun égard être interprété comme un indicateur de risque. Il est nécessaire de le compléter par l'établissement d'indicateurs spécifiques de risques, comme la sensibilité, la durée, la convexité et la matrice de crédit, destinés à analyser et quantifier le risque d'écart entre l'évolution réelle du marché et le scénario de cristallisation sous-jacent au taux actuariel.

1.4.5. Les taux zéro coupon

L'échéancier d'un emprunt zéro coupon ne paie qu'un seul flux, hormis le flux de règlement initial. Contrairement à ce que son appellation laisse entendre, ce flux inclut à la fois la rémunération et le remboursement du capital immobilisé²⁷.

En conséquence, à la différence des obligations couponnées, les emprunts zéro coupon ne présentent aucun risque de réinvestissement des coupons et sont très recherchés, particulièrement par les assureurs et les investisseurs institutionnels, car ils permettent des adossements parfaits, au risque de crédit près, à des échéances de passif. Par exemple, sur le marché monétaire, marché de titres d'échéances inférieures ou égales à 12 mois, les emprunts ne paient en principe qu'un seul flux à l'échéance et peuvent donc être considérés comme des zéro coupons. En revanche, sur le marché obligataire à long terme, les émetteurs n'émettent que rarement des emprunts zéro coupon. C'est pourquoi, pour répondre à la demande d'investisseurs à la recherche de zéro coupon, un marché de démembrement des emprunts d'État couponnés, STRIPS, a été mis en place par la plupart des souverains de la zone euro. Cette technique sera détaillée au paragraphe 2.2.9 du présent chapitre.

²⁷ Certaines règles comptables ou fiscales peuvent distinguer d'une part les véritables emprunts zéro coupon à intérêts précomptés émis en dessous du pair et remboursés au pair et d'autre part les emprunts à coupon unique post-compté qui sera ajouté au flux de remboursement à l'échéance. Sur un plan purement financier, ces deux types d'emprunts s'analysent de manière identique.

1.4.6. Les taux continus

Taux continu, ou Taux logarithmique : un « taux continu » est le taux d'un emprunt dont les intérêts seraient payés continûment au fur et à mesure qu'ils sont dus ; c'est donc la forme naturelle, exponentielle, d'expression mathématique des taux composés.

Le produit des intérêts, ainsi calculé en continu, est capitalisé à chaque instant, si bien que la variation du montant placé résulte de l'accumulation de ces intérêts.

Le taux continu est exprimé en années civiles glissantes, comme le taux actuariel annuel. Le taux continu peut être employé sur une durée quelconque exprimée en temps obligataire annuel. La norme associée est la norme Exact/Exact, ACT/ACT. A chaque taux actuariel annuel correspond un et un seul taux continu et réciproquement, ils sont de même nature et de même unité.

Les relations entre taux continu et actuariel annuel correspondant s'expriment simplement

- Les formules suivantes décrivent la relation entre taux actuariels annuels et taux continus :

$$y_a = \exp(R_{Conta}) - 1 \quad (A.1.1.4)$$

$$R_{Conta} = \ln(1 + y_a) \quad (A.1.1.5)$$

Avec :

y_a	: Rendement actuariel composé annuellement
R_{Conta}	: Taux de Rendement Continu exprimé en taux annuel

- La forme continue du taux de rendement est généralement moins utilisée que sa forme actuarielle et certains intervenants de marché habitués à une formulation des taux d'intérêt utilisant une périodicité de composition des intérêts annuelle, semestrielle ou trimestrielle par exemple, peuvent parfois être déroutés par cette expression continue du taux de rendement.
- En revanche, la forme continue du taux de rendement, privilégiée par les théoriciens, est parfois plus facile à utiliser, notamment dans les calculs de valorisation d'options²⁸.

Les taux continus peuvent, comme les taux actuariels, être employés sur des durées quelconques. Taux continus et taux actuariels sont strictement équivalents. La forme exponentielle de l'actualisation en taux continu est mathématiquement plus simple que la fonction puissance, sauf pour les premières valeurs entières, un ordinateur convertit la fonction puissance en exponentielle pour le calculer.

Comme pour l'actualisation en taux actuariel, l'actualisation en taux continus périodiques est mieux adaptée pour traiter les échéanciers périodiques de périodes différentes de l'année.

²⁸ L'utilisation de taux continus simplifie souvent les calculs car avec eux, un gain de x% suivi d'une perte de -x%, ramène la performance d'un actif à son point de départ. Ce n'est pas le cas avec des taux de rendement actuariel annuel : une perte de 10% après un gain de 10%, débouche sur une perte de 1%, (110 * 0,90 = 0,99).

1.5. Calcul de flux d'intérêt à partir d'un taux d'intérêt

Comme indiqué précédemment dans la distinction entre le marché des actions et celui des obligations, le prix de marché des actions dépend essentiellement d'hypothèses de *cash flow* futurs de l'entreprise, les dividendes, et de la modification de l'équilibre offre demande sur son titre, augmentation de capital, perspective d'OPA. Compte tenu du caractère aléatoire de ces hypothèses, le calcul précis de ces *cash flow* futurs ainsi que celui de leurs taux d'actualisation passent au deuxième ordre. En revanche, les flux d'intérêt payés par les obligations étant prédéterminés ou pré-déterminables, le calcul précis de leurs flux futurs ainsi que celui de leurs taux d'actualisation est primordial, les intervenants sur certains marchés de taux d'intérêt comme celui des swaps de taux d'intérêt par exemple, étant parfois en compétition sur un dixième de point de base. Ce paragraphe explicite la cotation en pourcentage des obligations et la notion de points de base, puis détaille les conventions de marché utilisées, d'une part pour déterminer le nombre de jours des périodes d'intérêt et, d'autre part, pour la prise en compte dans ce calcul, des jours fériés.

1.5.1. La cotation en pourcentage des obligations et la notion de points de base

- Les calculs de taux d'intérêt sont exprimés en pourcentage de la valeur nominale des emprunts rapportée à une valeur faciale de 100. La cotation standard du prix des obligations est exprimée en base 100 et le taux d'intérêt en base 100 est un taux exprimé en %.
- Le point de base, *basis point*, *bp*, qui correspond à 1 centième de 1% de taux d'intérêt, 0,01%, est l'unité la plus utilisée sur les marchés obligataires pour calculer les écarts de rendement. On dira par exemple que l'OAT traite 20 bps au dessus du Bund de même échéance.

1.5.2. Conventions de calculs du nombre de jours des périodes d'intérêt

1.5.2.1. Les différents calculs du temps des marchés monétaires et obligataires

- Sur le marché monétaire, le jour est l'unité de base du calcul du temps et la conversion de dates en durée monétaire est un simple décompte du nombre exact de jours. Les durées sont, si besoin est, converties en mois monétaires de 30 jours ou en années monétaires de 360 jours. Les *Floating Rate Notes*, *FRN*, obligations à taux variable référencées sur un taux monétaire, suivent les règles de calcul du nombre de jours du marché monétaire. Le marché monétaire en euro s'est aligné sur la base Exact/360 qui était déjà largement pratiquée en Europe.
- Sur le marché obligataire à taux fixe, le calcul du temps est un temps civil glissant dont l'unité de base est l'année civile glissante et les sous-multiples les semestres, trimestres ou mois civils glissants, en se limitant aux plus usuels. Ceci présente plusieurs difficultés pour le calcul et la gestion des durées : les échelles de temps civil glissant ne sont pas linéaires par rapport à une échelle de temps quotidien uniforme : à l'intérieur de ce temps civil, la durée du jour n'est pas constante, puisqu'elle dépend du nombre de jours effectifs dans l'unité de temps civil glissant.

- Quelle que soit la convention de calcul retenue pour la base de calcul des intérêts, par convention, le calcul du nombre de jours d'une période d'intérêt inclut toujours le premier jour de cette période et exclut toujours le dernier jour.
- En revanche, entre ces deux dates, la méthode de calcul du nombre de jours d'une période d'intérêt varie selon les différentes pratiques de marchés. Ces différentes conventions de calcul qui sont appelées base de calcul des intérêts ont une incidence sur le calcul du coupon plein, dans le cas d'une base Exact/360 par exemple, ainsi que sur celui d'un coupon brisé selon que l'on adopte une base Exact/Exact ou 30/360. Dans tous les cas, en fonction de l'application de l'une ou l'autre de ces conventions, le montant calculé du coupon couru quotidien sera différent.

1.5.2.2. Les conventions de calcul peuvent être classées en 3 grandes catégories

Les prospectus d'émissions obligataires sous programme d'*Euro Medium Term Notes, EMTN*, répertorient, dans les différentes devises, jusqu'à 9 bases de calcul différentes pour le décompte du nombre de jours²⁹.

Cependant, ces bases de calcul peuvent être regroupées en 3 grandes catégories correspondant aux différentes conventions de marché applicables sur le marché monétaire, le marché obligataire ainsi que sur celui des swaps de taux d'intérêt. Ces conventions ont été définies par l'EFFAS, l'ICMA et le CNO, lors de l'introduction de l'euro. Les autres conventions de calcul répertoriées ne constituent qu'une variante de ces 3 catégories :

- **Le marché monétaire en euro** a adopté la convention Exact/360 (ou ACT/360) : les intérêts courus sont calculés sur le nombre exact de la période d'intérêt divisé par une année de 360 jours. Une convention de marché identique est pratiquée sur le marché monétaire en dollar³⁰.
- **Le marché obligataire en euro** a adopté la convention Exact/Exact (ou ACT/ACT) : les périodes d'intérêt courus sont calculées sur le nombre exact de jours de la période d'intérêt courus divisé par le nombre exact de jours compris dans la période précédant le paiement des intérêts, 365 ou 366 jours, dans le cas d'une année bissextile et avec une périodicité annuelle des intérêts. Cette convention déjà en vigueur sur le marché obligataire du franc a été adoptée sur le marché des obligations en euro. Elle est également utilisée sur le marché des *Treasuries US*, avec une périodicité semestrielle des intérêts et, depuis novembre 1998, pour les *Gilts* anglais pour qui elle s'est substituée à la base Exact/365³¹. Pour les paiements d'intérêts annuels, l'ICMA utilise une convention identique. En revanche, pour des titres présentant des coupons avec une périodicité infra annuelle ainsi que sur des coupons atypiques, le calcul de la base Exact/Exact peut varier entre

²⁹ Ces 9 différentes bases de calcul sont, par exemple, décrites dans le prospectus de base du programme EMTN d'EDF d'avril 2010, dont un extrait figure en annexe.

³⁰ Sur le marché monétaire, la base de calcul Exact/365 est en revanche largement pratiquée au Royaume-Uni et dans ses anciennes colonies, l'Australie et la Nouvelle Zélande par exemple.

³¹ Dans le cas d'une périodicité semestrielle des coupons, les périodes d'intérêt courus sont calculées sur le nombre exact de la période d'intérêt couru divisé par le nombre exact de jours compris dans la période précédant le paiement des intérêts, entre 181 et 184 jours, selon la durée des mois inclus dans le semestre et les années bissextiles.

l'ICMA, le CNO et l'ISDA³² et il convient lors du calcul des intérêts de se reporter au contrat d'émission, lequel, s'il est bien rédigé, fera suivre « ACT/ACT » des initiales d'une association : « ACT/ACT (ISDA) » par exemple. La convention Exact/365 encore pratiquée sur certains marchés constitue une approximation de la base Exact/Exact, les intérêts courus étant calculés sur le nombre exact de jours de la période d'intérêt divisé par une année de 365 jours que l'année soit bissextile ou non, dans le cas de coupons annuels. Cette convention de marché est en vigueur par exemple sur les emprunts d'Etat japonais.

- **Le marché des swaps de taux d'intérêt en euro** a quant à lui adopté la convention 30E/360 ISDA. Cette convention adopte des mois de 30 jours et des années de 360 jours, quelle que soit la durée exacte d'une période d'intérêt. Selon les marchés de swaps de taux d'intérêt ou d'obligations, il existe différentes méthodes de calcul de la base 30/360³³. Ces différentes méthodes de calcul de la base 30/360 seront détaillées dans le volume B traitant des dérivés de taux d'intérêt.

Comme le montre le tableau ci-dessous, à partir d'un taux d'intérêt facial identique, selon les conventions de marché utilisées, le calcul d'un flux d'intérêt peut sensiblement varier, surtout s'il s'applique à un taux facial élevé. L'exemple ci-dessous se réfère à un taux d'intérêt de 9%, un taux qui pouvait paraître élevé au cours des dix premières années ayant suivi l'introduction de la monnaie unique. Toutefois, un tel niveau de taux a été atteint au cours de l'année 2010, sur certaines dettes souveraines en euro. Un taux de 9% exprimé en base Exact/360 correspond en fait à un taux de 9,125% en base Exact/Exact avec une année de 365 jours.

Montants d'intérêts à payer du 01/02/2008 au 01/02/2009

	Montant nominal M €	Taux facial	Coupon plein	Nb jours période	Nb jours courus	Coupon couru au 15/03/08
Act/360	100	9%	9,150	360	43	1,0750000
Act/act	100	9%	9,000	366	43	1,0573770
Act/365	100	9%	9,000	365	43	1,0602740
30/360	100	9%	9,000	365	45	1,1250000

³² La base de calcul Exact/Exact retenue sur le marché obligataire nécessite une définition des années bissextiles qui n'est, selon les différentes associations, pas toujours identique, notamment dans le cas de titres payant des coupons portant une périodicité inférieure à l'année, ainsi que sur des titres payant des coupons atypiques. Pour de plus amples informations sur ces différentes règles de calcul, on se référera à la note de l'ISDA :

http://www.isda.org/c_and_a/pdf/Euro-swap-memo-ISDA-1998.pdf

³³ Les conventions 30/360 ont été abandonnées au 1^{er} janvier 1999 sur les obligations en euro, au profit de la base Exact/Exact. En revanche la convention 30E/360 ISDA est la convention standard du marché des swaps de taux d'intérêt en euros. Pour justifier le choix de cette base, l'ISDA fait remarquer qu'elle était largement pratiquée sur le marché des swaps de taux d'intérêt en devise avant l'introduction de l'euro et qu'une telle disparité des conventions de marchés existe également en dollar, les *Treasuries* adoptant une base Exact/Exact et les swaps une base Exact/360.

1.5.3. Règles d'ajustement des périodes d'intérêt en fonction des jours ouvrés

D'une manière générale, tous les jours de la semaine du lundi au vendredi sont considérés comme ouvrés. Cependant, en fonction des usages de marché, le système TARGET de règlement-livraison de la zone euro introduit un nombre de jours fériés supplémentaires pour les paiements en euro³⁴.

Dans le cas où la date de détermination d'une référence de taux, ou celle de commencement ou d'échéance d'une période d'intérêt, ne correspondrait pas à un jour ouvré, les parties peuvent choisir, lors de la conclusion du contrat, l'une des règles suivantes de report ou déport des intérêts. Ces règles peuvent influencer sur les dates utilisées dans les calculs de périodes d'intérêt ainsi qu'éventuellement sur les calculs de montants d'intérêt appliqués à ces périodes :

1.5.3.1. La règle « jour ouvré suivant », « following »

Cette règle s'applique principalement sur la date de paiement des obligations à taux fixe, ainsi que sur celle des obligations à taux variable référencées sur un taux de long terme, comme les obligations TEC10. Elle stipule qu'en cas d'échéance un jour non ouvré, la date de paiement théorique sera reportée au premier jour ouvré suivant.

1.5.3.2. La règle « jour ouvré suivant sauf fin », « modified following »

Cette règle ne s'applique en principe que sur la date de paiement des emprunts monétaires ainsi que sur celle des obligations à taux variable référencées sur un taux monétaire. Elle stipule qu'en cas d'échéance un jour non ouvré, la date de paiement théorique sera reportée au premier jour ouvré suivant, sauf si du fait de ce report, la date de paiement tomberait dans le mois civil suivant la date d'échéance théorique du paiement. Dans ce dernier cas, la date de paiement sera ramenée au jour ouvré précédent la date de paiement théorique :

- Cette règle est un héritage du temps des calculs manuels. Les traders monétaires qui n'avaient pas d'ordinateurs tenaient leur position à la main par mois calendaires afin de respecter, de manière rudimentaire, des limites de risques de taux. Un report au-delà du mois suivant de l'échéance d'un emprunt aurait eu pour conséquence de bouleverser cet indicateur de risque.
- L'application de cette règle sur le marché monétaire est souvent critiquée : en effet, les prêts/emprunts une fois échus sont souvent renouvelés plusieurs fois par la suite et, du fait de cette règle « *modified following* », les opérations qui ont été décalées à l'intérieur d'un mois finissent par se concentrer sur le dernier jour ouvré du mois.

1.5.3.3. La règle « jour ouvré précédent », « preceding »

Hormis l'application de la règle « *modified following* », la règle « *preceding* » s'applique généralement pour la détermination de la référence d'une obligation à taux variable, portant par exemple, sur un taux monétaire. Sur un emprunt Euribor 3 mois, la référence applicable à une période d'intérêt sera

³⁴ Le calendrier TARGET figure à l'adresse suivante : <http://www.euribor-ebf.eu/>

déterminée deux jours ouvrables avant le début de la période d'intérêt. Ainsi l'Euribor 3 mois fixé le vendredi 4 juin 2010 à 0,707% s'applique à une opération dont la période d'intérêt commence le mardi 8 juin 2010.

1.5.4. Règles d'ajustement des montants d'intérêt en fonction des jours fériés

Lors d'un report ou d'un déport de la date d'échéance théorique d'un paiement d'intérêt, le montant de ce dernier est, selon la convention spécifique applicable, ajusté ou non ajusté.

1.5.4.1. La règle d'ajustement du montant des intérêts

Selon cette convention, le montant des intérêts est recalculé à partir du taux facial de l'emprunt et de la base de calcul des intérêts pour tenir compte du changement du nombre de jours de la période d'intérêt. Cette convention est principalement pratiquée sur le marché monétaire ainsi que sur certains FRN.

1.5.4.2. La règle de non ajustement du montant des intérêts

Selon cette convention, le montant des intérêts n'est pas recalculé en dépit du report ou du déport de leur date de paiement. Par exemple, sur une obligation à taux fixe payant annuellement un coupon de 4%, si l'échéance du coupon tombe un samedi, l'investisseur touchera ses intérêts de 4%, sans ajustement de leur montant, au bout de 367 jours au lieu de 365 jours. En revanche, sur la période annuelle suivante, il touchera ses intérêts de 4% au bout de 363 jours au lieu de 365, ces intérêts étant là également non ajustés. Cette convention est principalement pratiquée sur le marché obligataire.

Le tableau ci-dessous illustre l'application des différentes bases de calcul selon les conventions de jours ouvrés et celles d'ajustement du calcul des intérêts.

Calcul pour € 100 millions selon les conventions de jours ouvrés & la base de calcul des intérêts							
		1ère Période d'intérêts			2ème Période d'intérêts		
		Début	Echéance	Nj & intérêts	Début	Echéance	Nj & intérêts
Échéance théorique	4% Act/act	Fri 30/06/06	Sat 30/06/07	365 4,00	Sat 30/06/07	Mon 30/06/08	366 4,00
Unmodified following unadjusted	4% Act/act	Fri 30/06/06	Mon 02/07/07	367 4,00	Mon 02/07/07	Mon 30/06/08	364 4,00
Following unadjusted	4% Act/act	Fri 30/06/06	Fri 29/06/07	364 4,00	Fri 29/06/07	Mon 30/06/08	367 4,00
Preceding adjusted	Euribor 12 m Act:360*	Fri 30/06/06	Fri 29/06/07	364 4,04	Fri 29/06/07	Mon 30/06/08	367 4,08

* Par simplification, l'euribor 12 mois est censé être inchangé, à 4%, au début de chacune des périodes d'intérêts

1.5.5. Les coupures des obligations

Si la dématérialisation des valeurs mobilières mise en place au milieu des années 80 dans plusieurs pays³⁵ a fait disparaître les titres physiques, la notion juridique de coupure des obligations persiste dans la plupart des régimes juridiques³⁶. Au moment du passage à l'euro, le marché obligataire français avait souhaité s'affranchir de ces coupures, puisque sur un plan purement technique, le concept de titre devenait inutile. Cependant, les juristes ont fait remarquer qu'en droit français, comme dans la plupart des autres pays, le titre obligataire incorpore le droit de créance du porteur sur l'émetteur. De la sorte, le risque de crédit de l'investisseur obligataire ne porte que sur l'émetteur de ce titre et non pas sur la banque dépositaire. Et, en cas de faillite de cette dernière, le titre obligataire de l'investisseur sera transféré à une nouvelle banque dépositaire. Supprimer la notion de titre aurait également risqué de compliquer inutilement le passage à l'euro. L'AFT ayant choisi de convertir sa dette en titre de 1 euro, la comptabilisation du nombre de coupure des OAT est égale au montant traité en euro.

1.5.5.1. Conséquences du maintien des coupures sur les systèmes de règlement-livraison

L'harmonisation des conventions de marché en euro ne s'est pas appliquée aux montants des coupures et les émissions internationales des émetteurs non souverains portent des montants de coupures très variables. D'autre part, beaucoup d'émetteurs privés n'ont pas redéterminé en euro leurs émissions en devises domestiques antérieures au 1^{er} janvier 1999 :

- Lorsque le contrat d'émission prévoit l'impression de titres physiques, le montant des coupures est souvent de 1000 ou 10 000 euros.
- Cependant, les coupures minimum de 50 000 € sont devenues très fréquentes chez les émetteurs européens depuis que la Directive 2003/71/CE dite Prospectus³⁷ du 4 novembre 2003 les fait bénéficier d'une documentation allégée. En 2006, l'AMF, Autorité des Marchés Financiers, a prévu des émissions de coupures minimum de 50 000 euros, pour s'assurer que le titre n'est vendu qu'à des investisseurs qualifiés, au sens de la Directive Prospectus. La division d'une émission divisée en coupures d'au moins 50 000€ est irréfragable³⁸ et présumée ne s'adresser qu'à des investisseurs qualifiés, et non à des particuliers. C'est pourquoi, le prospectus d'émission est allégé par rapport à une émission dite « *retail* » et le processus de révision de ce prospectus par l'autorité compétente s'en trouve accéléré. En 2010, un projet de modification de la Directive Prospectus prévoit de faire passer à €100 000 le montant minimum des coupures pour qu'une émission obligataire soit censée être placée uniquement auprès d'investisseurs qualifiés. En outre, certaines émissions totalement dématérialisées peuvent comporter des montants de coupures plus élevés.

³⁵ Au début des années 1980 la France et plusieurs autres pays européens ont dématérialisé leurs valeurs mobilières, cette procédure étant soit obligatoire comme en France ou en Suède, soit facultative comme en Allemagne, en Grande-Bretagne ou en Suisse, et elle se limite souvent dans ces derniers pays à certains instruments, comme les emprunts d'Etat.

³⁶ Certains instruments comme les Titres de Créance Négociables français, TCN, qui font l'objet d'un régime juridique spécifique se sont juridiquement affranchis de la présence de coupures. Ils sont émis en montant nominal, sans décompte en coupures négociables.

³⁷ La distinction entre émission avec ou sans offre au public est développée au paragraphe 3.1.1 du présent chapitre.

³⁸ Un contrat dont les termes sont dits irréfragables ne peut pas juridiquement être contesté.

- Avant le 1^{er} janvier 1999, les coupures d'obligations émises dans les différentes devises étaient généralement libellées en multiples de devises domestiques. Avec le passage à l'euro, les émissions qui n'ont pas été redénominées se traitent en montants brisés d'euros, selon le cours de change appliqué pour ces différentes monnaies domestiques, lors de la conversion à l'euro : ainsi une émission SNCF au taux de 8,875%, à échéance 11 août 2023 lancée en 1993 pour un montant total de 5,95 milliards de francs, porte des coupures de 100 000 FRF, ce qui correspond à un montant par coupure de 15 244,90 euros.

Cette persistance de coupures de montants hétérogènes complique les transactions ainsi que les systèmes de règlement-livraison :

- Comme explicité infra, le calcul du coupon plein, dit unitaire, d'une obligation s'effectue par coupure. Pour un montant de transaction nominal donné, le montant des intérêts payés à l'investisseur est ensuite calculé comme le montant payé par coupure multiplié par le nombre de coupures unitaires détenues par l'investisseur. Ainsi, dans le cas de titres ayant prévu différentes coupures unitaires, il est généralement spécifié dans le contrat d'émission quel sera le coupon payé par chacune des coupures de montant unitaire différent. En revanche, les règles harmonisées du coupon couru des obligations en euro stipulent aujourd'hui que le coupon couru est calculé sur le montant de la transaction, sans passer par le calcul intermédiaire sur les coupures³⁹.
- Il est impossible de traiter des montants rompus de coupures unitaires. Si l'on reprend l'exemple de l'émission SNCF ci-dessus, l'investisseur ne pourra traiter que par multiples de 15 244,90 euros. Ainsi, s'il veut investir 1 million d'euros sur ce titre, il devra choisir entre acheter 65 titres pour 990 918,61 euros ou 66 titres pour 1 006 163,51 euros.
- En conséquence, les systèmes d'information doivent véhiculer le montant unitaire des différentes coupures prévu au contrat d'émission, pour permettre le traitement des opérations de *front* et de *back office* sur ces titres.

En outre, selon les marchés domestiques, la comptabilisation des valeurs mobilières s'est articulée autour de deux concepts :

- Une comptabilisation espèces, en montant de transaction en devises, méthode aujourd'hui la plus largement répandue à l'international,
- Une comptabilisation en nombre de titres, comme cela est encore le cas sur le marché obligataire des particuliers en France⁴⁰.

³⁹ Le calcul du coupon couru sur le montant de la transaction a été adopté en France en 2005, en même temps que l'arrondi de ce coupon couru à 7 décimales.

⁴⁰ Cependant, la place de Paris a mis sur pieds un groupe de travail spécifique visant à harmoniser les règles de fonctionnement du marché des particuliers avec celles des autres places européennes et ce marché devrait à son tour adopter en 2011 une comptabilisation espèces.

1.5.6. Contraintes matérielles de règlement-livraison

1.5.6.1. Transfert de propriété des titres et des coupons

- Bien que le transfert de propriété des titres ne s'effectue aujourd'hui qu'au moment de l'inscription des titres au compte-titres de l'acquéreur, ordonnance 2009-15 du 8 janvier 2009, rien n'interdit à l'acquéreur de les revendre dès qu'il les a achetés et ceci sans attendre leur livraison.
- Les flux, coupons, remboursements, continuent à être encaissés par le vendeur, jusqu'à la date de règlement-livraison. La transaction est réputée effectuée sur la nue-propriété et l'usufruit de l'emprunt en date de règlement livraison. Le délai « n » entre transaction et règlement livraison, exprimé en jours ouvrés, est généralement sur les marchés obligataires de l'euro de 3 jours ouvrés, avec un règlement livraison en J+3, sauf incident ou suspens. Cette règle souffre toutefois quelques exceptions comme dans le cas des Bons de Trésor à Intérêt Annuel, BTAN, qui sont livrés en J+1.
- Le transfert de propriété des coupons : les titres se traitent ex coupon à la date de détachement du coupon.

1.5.6.2. Traitement des opérations post marché

Comme déjà évoqué, le calcul du prix à régler sur une transaction obligataire correspond à des règles spécifiques :

- Ces règles ne sont pas familières pour les non professionnels et, comme décrit au paragraphe 2.2.8.5 de ce chapitre, les fonctions de base des tableurs comme Excel n'intègrent pas de manière précise ces règles spécifiques. L'erreur de calcul entre les outils propres aux calculs obligataires et ceux approximés à partir d'un tableur peut être considérée par le non initié comme faible, correspondant le plus souvent à environ 1 ou 2 centimes de prix.
- Toutefois, lors du règlement d'une transaction qui se fait par comparaison des ordres acheteurs et vendeurs⁴¹, le dénouement automatique entre le vendeur et l'acheteur, n'est possible que si la différence de prix entre les deux contreparties n'excède pas une certaine limite, 2 euros chez Euroclear, par exemple. Or sur un montant nominal de transaction de 100 000 euros, une différence de prix de 1 centime s'élève à 10 euros, empêchant le déboucement automatique de la transaction. Pour pallier ce risque, les contreparties peuvent définir un seuil personnalisé pour leurs ordres afin de limiter les rejets.

L'encadré ci-dessous et le tableau qui l'accompagne extraits du site internet de la Banque de France détaillent le traitement des opérations post marché :

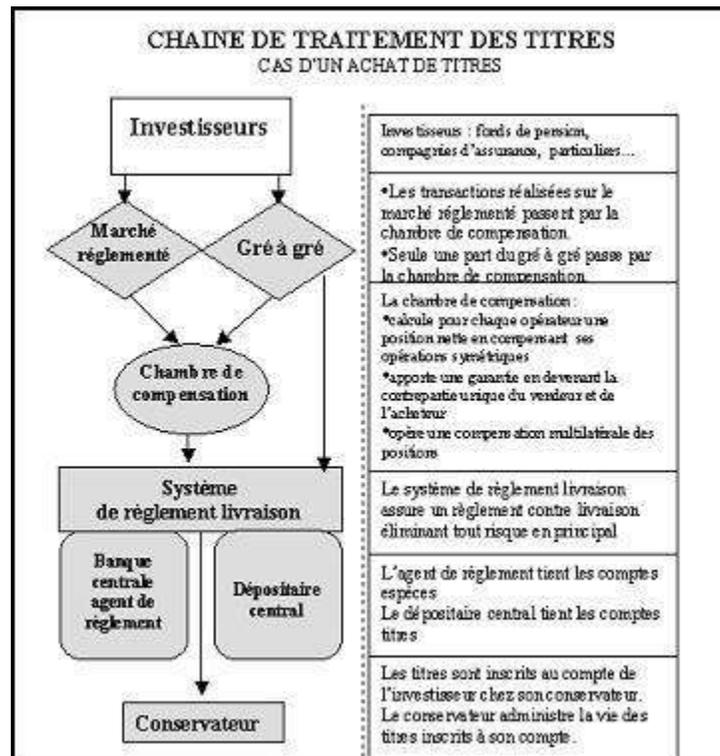
http://www.banque-france.fr/fileadmin/user_upload/banque_de_france/archipel/publications/bdf_rsf/etudes_bdf_rsf/bdf_rsf_01_etu_5.pdf

⁴¹ Cette procédure de règlement est appelée « l'appariement des transactions ».

« Après avoir été négociés sur un marché organisé ou de gré à gré, les titres faisant l'objet d'une transaction sont traités par les infrastructures post-marché, qui d'une part en assurent le paiement et d'autre part le transfert de propriété. La chaîne de traitement des titres comprend trois étapes : la négociation, la compensation et le règlement-livraison. Alors que la chambre de compensation calcule pour chaque opérateur une position nette et intervient en tant que contrepartie centrale unique du vendeur et de l'acheteur, c'est le système de règlement-livraison de titres qui, par la suite, permet le transfert effectif des titres contre paiement...

... Après la négociation, la compensation est la seconde étape du traitement des opérations sur titres. Elle comprend en règle générale les opérations suivantes : la réception et l'enregistrement des opérations individuelles en provenance du système de négociation, le calcul des positions nettes des membres de la chambre de compensation, la gestion des dispositifs de maîtrise des risques, la substitution par novation au vendeur et à l'acheteur en tant que contrepartie centrale garantissant la bonne fin des transactions, et enfin le transfert des ordres nets vers les systèmes de règlement-livraison...

La fonction de « règlement-livraison » constitue la dernière étape du processus de traitement du titre. Celle-ci se traduit par le dénouement des engagements réciproques de l'acheteur et du vendeur et la passation des écritures en compte assurant le caractère définitif des transactions, c'est-à-dire la livraison des titres à l'acheteur et, en contrepartie, le versement des fonds correspondants au vendeur ».



2. Emprunts d'État à moyen et long terme à taux fixe

2.1. Généralités sur les emprunts d'Etat à taux fixe

2.1.1. Définition et cadre juridique des emprunts d'État

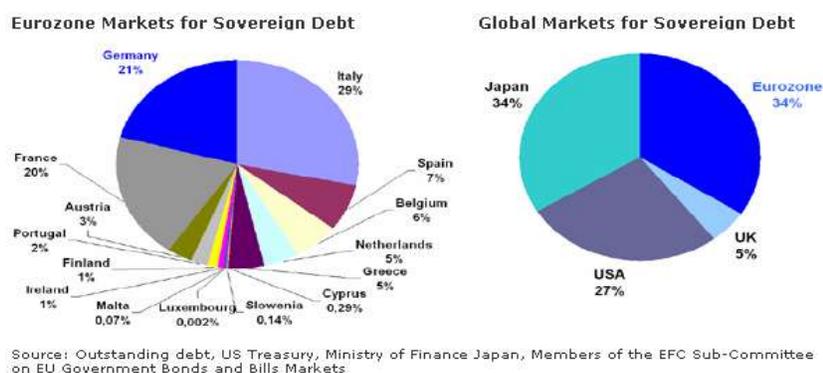
Le terme emprunt d'Etat désigne des emprunts émis par des émetteurs souverains selon leur procédure d'émissions domestiques.

Leur cadre juridique est relativement simple et standard : une loi de finances fixe chaque année les principales caractéristiques des émissions de l'année, chacun des emprunts d'État étant ensuite documenté par des textes réglementaires, décrets ou arrêtés par exemple en France. [Volumes d'émissions souveraines en euro](#)

Comme indiqué en introduction, ce document, n'a pas vocation à publier des données statistiques sur les volumes d'émissions des différents instruments de taux d'intérêt pratiqués en euro : selon les marchés, les données statistiques disponibles ne sont pas toujours comparables et présentent l'inconvénient d'être « datées » alors que les marchés évoluent.

Toutefois, les deux graphiques suivants qui détaillent, en mai 2010, les encours de dettes souveraines en euro et comparent le volume total de ces émissions à celui des autres marchés d'emprunts d'État en devises dans le monde, apportent un éclairage utile sur les émissions souveraines en euro. Il s'agit de données officielles publiées sur le site de l'Agence de la dette allemande, *Bundesrepublik Deutschland Finanzagentur*⁴². Comme le montre le premier graphique, par volume, les emprunts d'État en euro peuvent être classés en trois catégories :

- Les emprunts allemands, italiens et français qui concentrent 70% des volumes émis,
- Les emprunts espagnols, belges, néerlandais, grecs, autrichiens et portugais qui représentent plus de 25% des volumes émis
- Les autres pays représentant moins de 5% du total émis. Parmi ceux-ci, les derniers à avoir rejoint l'euro en 2010, la Slovénie en 2007, Chypre et Malte en 2008 et la Slovaquie en 2009, représentent moins de 1% des volumes émis.



⁴² <http://www.deutsche-finanzagentur.de/en/institutional/>

Un fichier Excel détaillant la liste des principaux emprunts d'État de la zone euro peut être téléchargée à l'adresse des indices EuroMTS⁴³ suivante:

http://www.euromtsindex.com/index_new/content/index_data/historical/underlying_bond_prices_e_mtxg

2.1.2. L'harmonisation des conventions du marché obligataire en euro

2.1.2.1. Les conséquences de l'introduction de l'euro

L'harmonisation des émissions obligataires liée à la création de l'euro a largement bénéficié de l'expérience des émetteurs souverains européens qui, à l'instar de la France, ont cherché, dès le milieu des années 1980, à moderniser leur offre de dette, le plus souvent en adoptant des méthodes déjà pratiquées sur le marché américain, comme les émissions assimilables, les obligations démembrables ou STRIPS, ou les obligations indexées sur l'inflation. Ces méthodes spécifiques d'émissions sont détaillées dans la suite de ce document.

Comme le montre le tableau ci-dessous, la France a rationalisé la composition de sa dette, avec la création de trois catégories de titres standardisés classés par échéance, les BTF d'échéance initiale inférieure ou égale à 1 an, les BTAN d'échéance initiale de 2 à 5 ans et les OAT d'échéance initiale de 7 à 50 ans. La standardisation de l'échéance de ces titres permet de les réémettre, opération d'abondement, au cours des mois, voire parfois des années, qui suivent la création de la souche initiale, les titres réémis étant immédiatement assimilés à cette souche.

Principales étapes de la modernisation du marché obligataire européen

	Allemagne	Autriche	Belgique	Espagne	Finlande	France	Grèce	Irlande	Italie	Pays Bas	Portugal
Assimilation	1997		1991	1998		1985					
Strips	1997		1992			1991				1999	
Indexées inflation	2006					1998	2003		2003		
Échéance max	30	30	30	30	15	50	30	15	30	30	30
Primary dealer	Non *	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Emissions en ECU	Non	Non	Non	Non	Non	1989	Non	Non	1989	Non	Non

* En Allemagne, il n'y a pas officiellement de Primary Dealers, mais un groupe d'environ 30 banques participe régulièrement aux adjudications

Cette technique d'émission, depuis adoptée par les autres souverains de la zone euro, permet à l'émetteur de réduire le nombre de ses lignes d'emprunts, tout en offrant aux investisseurs des souches d'un montant suffisant pour assurer leur liquidité. Elle permet enfin de mettre en place un programme de démembrement.

Le site internet de l'AFT publie à l'adresse suivante les liens avec l'ensemble des sites internet des émetteurs souverains de la zone euro : <http://www.aft.gouv.fr/liens.html>

D'autre part, EuroMTS publie à l'adresse suivante une description synthétique de ces dettes sous le titre « *Bond Markets in Europe and Beyond* » :

http://www.eurobondexchange.org/newcontent/eurozone/euro_sovereign_guide_2007.pdf

⁴³ EuroMTS est l'une des principales plateformes de trading électronique des dettes souveraines en euro.

2.1.2.2. Principales conventions harmonisées du marché obligataire en euro

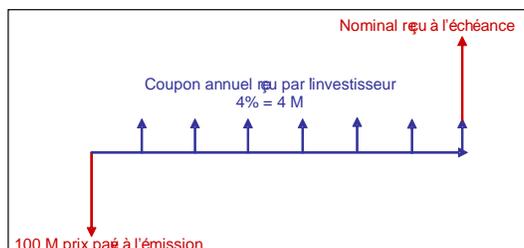
Ce paragraphe reprend les principales conventions de marché publiées en juillet 1997. Bien que souvent appelées conventions ISMA, ces règles ont été définies par les principales associations obligataires de la zone euro et le CNO y a largement contribué⁴⁴. La plupart des conventions harmonisées sur le marché obligataire en euro étaient déjà en vigueur sur le marché domestique français:

- Le prix des obligations et leur rendement doivent être cotés en décimales
- Le calcul des intérêts courus en pourcentage s'effectue en base Exact/Exact
- Dans le cas d'un premier coupon anormalement court, la première période d'intérêt est censée débiter à une date qui aurait correspondu à celle d'une période d'intérêt normale. Pour un premier coupon long, la période d'intérêt est censée être divisée en 2 quasis périodes normales d'intérêt⁴⁵.
- Le dernier coupon d'une obligation ne devrait pas être irrégulier.
- La durée exprimée en nombre d'années d'une obligation se calcule en remontant le temps par années entières à partir de la date d'échéance du titre, de telle sorte que la période d'année brisée soit immédiatement postérieure à la date de calcul.
- L'échéance des emprunts n'est pas standardisée. Dans les faits, elle s'étale de 1 an à 50 ans d'échéance, avec même quelques émissions perpétuelles. En revanche, lorsque la durée initiale d'une émission obligataire à l'émission ne porte pas un nombre entier de période d'intérêt, la période d'intérêt atypique doit correspondre à la première période d'intérêt.
- Le taux facial obligataire exprimé en taux annuel appliqué au montant nominal de l'emprunt permet de calculer le coupon payé périodiquement sur le titre. Dans la majeure partie des cas, toutes les périodes sur lesquelles courent les coupons sont d'égale durée, le plus souvent l'année, quelquefois le semestre voire le trimestre. Par définition, les obligations à taux fixe paient des coupons périodiques réguliers identiques. Ainsi, les coupons semi annuels versés sont égaux à la moitié du taux facial annuel et les coupons trimestriels au quart du taux facial annuel, quel que soit le nombre de jours exact de la période d'intérêt.
- En cas d'échéance un jour férié, le paiement des intérêts à taux fixe ou le remboursement à l'échéance sont reportés au premier jour ouvré suivant, sans que le montant des intérêts initialement prévu soit modifié.

⁴⁴ Ces conventions ont été publiées en 1998 par la Banque d'Angleterre dans un document intitulé « *Practical Issues Arising from the Euro* » : <http://www.bankofengland.co.uk/publications/practicalissues/eu8ch5.pdf>

⁴⁵ Les premiers coupons atypiques sont détaillés au paragraphe 3.3 du présent chapitre.

- Les transactions obligataires sont dénouées en date de valeur J+3 ouvré selon le calendrier TARGET. Le tableau ci-dessous détaille les flux d'un emprunt obligataire à 7 ans.



2.1.3. Des politiques d'émission similaires au sein de la zone euro

Les politiques d'émission des souverains de la zone euro sont assez similaires et comme le montre le tableau ci-dessous, les conventions de marché de ces emprunts sont pratiquement identiques.

Ce tableau détaille les principales caractéristiques des émissions des 11 souverains ayant les premiers participé à l'introduction de la monnaie unique. Ils ont été rejoints par la Grèce en 2001, la Slovénie en 2007, Chypre et Malte en 2008 et la Slovaquie en 2009. Ces quatre derniers émetteurs qui ont décidé d'adopter les conventions du marché obligataire avaient en juillet 2010 seulement émis sur des échéances maximales entre 10 et 20 ans.

	Allemagne	Autriche	Belgique	Espagne	Finlande	France	Grèce	Irlande	Italie	Pays Bas	Portugal
Périodicité des coupons	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Semestrielle	Annuelle	Annuelle
Dates habituellement utilisées pour les Strips	4 janvier 4 juillet	15 janvier 15 juillet	28-mars	31 janvier 31 juillet	Pas de Strips	25 avril 25 octobre	Différentes dates	Pas de Strips	1 février 1 août	15 janvier 15 juillet	Pas de Strips
Echéance maximale émise	30	30	30	30	15	50	30	15	30	30	30
Base de calcul des intérêts	Exact/ Exact	Exact/ Exact	Exact/ Exact	Exact/ Exact	Exact/ Exact	Exact/ Exact	Exact/ Exact	Exact/ Exact	Exact/ Exact	Exact/ Exact	Exact/ Exact
Composition du taux actuariel	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle
Adjudications	Mensuelle	Mensuelle	Mensuelle	Mensuelle	Mensuelle	Mensuelle	Mensuelle	Mensuelle	Mensuelle	Mensuelle	Mensuelle

2.2. Les émissions à moyen et long terme de l'AFT, BTAN et OAT

La suite de ce chapitre utilise essentiellement les émissions de l'Agence France Trésor pour illustrer les emprunts d'Etat à taux fixe.

2.2.1. Politique d'émission de l'AFT

Dès le milieu des années 80, l'AFT a mis en place un groupe de SVT, Spécialistes en Valeurs du Trésor, « Primary Dealer » en anglais. « Les SVT sont les partenaires privilégiés de l'AFT pour la gestion de la dette et de la trésorerie de l'État. Ils fournissent à l'AFT les prestations et les services requis par sa

mission, qui est de gérer la trésorerie et d'assurer le financement de la République française sur les marchés financiers au meilleur coût dans la durée et dans les conditions de sécurité maximales ».

http://www.aft.gouv.fr/articles/missions-des-svt_94.html

Le tableau ci-dessous donne la liste des SVT au 6 mai 2010.

Liste des SVT au 6 mai 2010

BARCLAYS CAPITAL	GOLDMAN SACHS	ROYAL BANK OF SCOTLAND
BNP PARIBAS	HSBC	SANTANDER
CREDIT AGRICOLE-CIB	JP MORGAN	SCOTIABANK EUROPE
CITIGROUP	MERRILL LYNCH	SOCIÉTÉ GÉNÉRALE
COMMERZBANK	MORGAN STANLEY	UBS
CREDIT SUISSE	NATIXIS	
DEUTSCHE BANK	NOMURA	

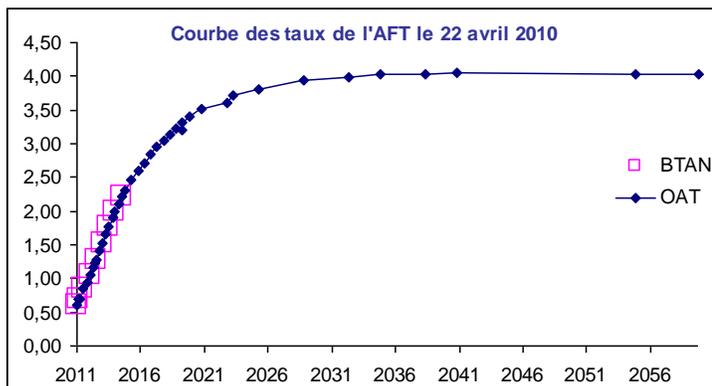
2.2.1.1. Emissions à 2 et 5 ans

- **Emissions à 2 ans** : l'AFT émet par adjudication des BTAN, Bons du Trésor à intérêts Annualisés. Juridiquement, les BTAN sont des titres de créance négociables, mais sur le plan strictement financier, hormis leur date de règlement habituelle en J+1 sur le marché domestique, contre J+3 pour les OAT, ils sont identiques aux OAT.
- **Sur les échéances au-delà de 5 ans** et jusqu'à 50 ans, l'AFT émet habituellement par voie d'adjudication des OAT, Obligations Assimilables du Trésor. Depuis 1991, ces titres sont émis sur des échéances 25 avril et 25 octobre. Les transactions sur les OAT sont dénouées en J+3.

2.2.1.2. Les BTAN et les OAT à taux fixe sont des titres assimilables

Lors de la création d'une nouvelle souche d'OAT, l'emprunt n'a pas nécessairement une durée à l'émission égale à un nombre entier d'années et, pour des raisons de standardisation, la date de jouissance du premier coupon de la nouvelle souche est fixée à la date réelle ou théorique, de détachement du coupon précédent. De la sorte, les émissions d'abondement, dont le prix inclut le coupon couru de l'obligation initialement émise qualifiée d'emprunt souche, sont assimilées dès leur introduction sur le marché secondaire, à la date de règlement-livraison. En règle générale, l'AFT émet une nouvelle OAT à 10 ans tous les 6 mois, et cette dernière est abondée au cours des mois suivants.

Le graphique ci-contre détaille le rendement des 39 lignes de BTAN et OAT composant en avril 2010 la dette à taux fixe de l'AFT.



2.2.1.3. Conventions de marché et calcul de coupons des BTAN et OAT

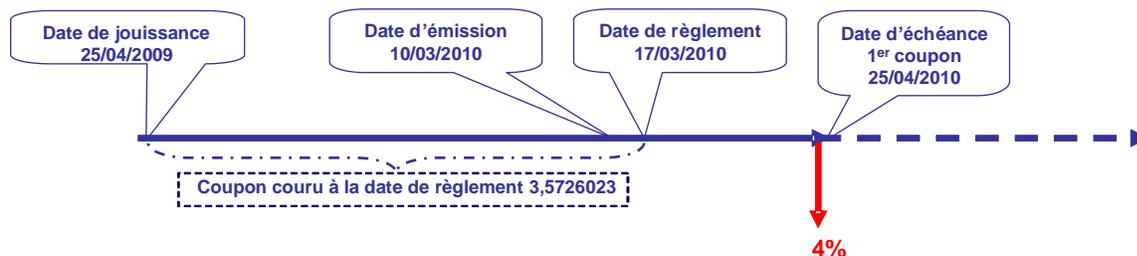
Ces conventions suivent les règles du marché obligataire en euro conjointement définies, en juillet 1997, par les différentes associations de marché :

- Comme il est d'usage sur le marché obligataire à taux fixe en euro, le rendement des BTAN et OAT est exprimé en taux actuariel annuel.
- Les OAT portent des coupures de 1 euro.
- Leurs coupons sont payés annuellement en base Exact/Exact avec, en cas de paiement du coupon ou du principal un jour non ouvré, un report de ce paiement au premier jour ouvré suivant, sans que le calcul des intérêts soit modifié.

2.2.2. Calculs de coupons

2.2.2.1. Généralité sur les coupons

Ce paragraphe reprend les notions générales s'appliquant au calcul des coupons de l'ensemble des obligations, qu'elles soient à taux fixe, indexées sur l'inflation ou à taux variable. Le tableau ci-dessous illustre les flux du premier coupon de l'OAT 4% 25/04/2060, lancée compte tenu de son échéance très longue, par voie de syndication le 10/03/2010 :



- Ce titre a été réglé le 17/03/2010 : sur le marché primaire des émissions syndiquées, les titres sont généralement réglés en J+ 5 ouvrés, contre J+3 sur le marché secondaire,
- Le 1er coupon a été payé le 25/04/2010,
- Pour le calcul de ce 1^{er} coupon, la date de jouissance des intérêts⁴⁶, la date à partir de laquelle sont calculés les intérêts de la période de coupon en cours, a été fixée au 25/04/2009. Comme déjà

⁴⁶ On appelle date de jouissance la date de début de période d'un coupon, à partir de laquelle les intérêts du coupon commencent à courir. Le coupon couru en date de jouissance est nul : étant réputé fixé avant le déroulement de la journée de calcul, le coupon couru n'inclut pas la fraction quotidienne correspondant à cette journée. Dans les échéanciers des emprunts multi-couponnés, la date de jouissance d'un coupon est la date d'échéance du coupon précédent.

indiqué, pour des raisons de standardisation, la date de jouissance des coupons des OAT est fixée à la date réelle ou théorique, dans le cas d'une nouvelle émission, de détachement du coupon précédent. Dans le cas d'une OAT qui paie des coupons annuels, cette date se situe 1 an avant la date d'échéance du prochain coupon. Cette méthode permet de procéder à des abondements successifs sur la souche, tout en assurant la fongibilité immédiate de ces abondements avec les souches du même emprunt précédemment émises. En outre elle permet, sur le marché secondaire, un traitement standard du coupon couru des différentes émissions d'abondement ultérieures, puisqu'elles portent toutes la même date de jouissance que la souche initiale.

- A la date de règlement de l'OAT 25/04/2060, l'investisseur a payé un coupon couru de 3,5726023%, en plus du prix d'émission de 96,34% du titre.

L'AFT a toutefois fait exception à cette règle d'unicité de la date de jouissance des OAT portant une même échéance, en émettant, de 1994 à 2005, des OAT personnes physiques distribuées dans les réseaux bancaires. Ces émissions mensuelles qui répliquaient pour les particuliers la dernière adjudication d'OAT à 10 ans destinée aux investisseurs institutionnels, comportaient un premier coupon court dont la date de jouissance coïncidait avec la date de règlement de ces émissions mensuelles destinées aux personnes physiques, alors que les adjudications visant les investisseurs institutionnels portaient une date de jouissance unique correspondant à la date réelle ou théorique de détachement du coupon précédent. Les différentes souches destinées aux particuliers ainsi émises ne devenaient fongibles avec la souche destinée aux institutionnels qu'au détachement de leur 1er coupon.

En 2005, l'AFT a suspendu ces émissions personnes physiques, les remplaçant par la mise en place d'un marché secondaire portant sur l'ensemble des lignes d'OAT existantes, en partenariat avec Euronext et les banques Spécialistes en Valeurs du Trésor, SVT. Les émetteurs privés émettent assez fréquemment de nouvelles émissions portant un coupon court et les formules de calcul des coupons atypiques sont développées au paragraphe 3.3 du présent chapitre.

2.2.2.2. *Calculs du coupon plein en pourcentage*

Le coupon plein en pourcentage est déterminé selon la formule suivante :

$$FC\% = \frac{C\% * 100}{h} \quad (A.1.2.1)$$

Avec :

$FC\%$: Coupon plein en pourcentage
$C\%$: Coupon Nominal exprimé en taux annuel en pourcentage
h	: Nombre de paiements d'intérêts par an. Dans le cas de paiements annuels $h = 1$

Le coupon plein en pourcentage est arrondi à 5 décimales⁴⁷. En pratique, le coupon exprimé en pourcentage des OAT et BTAN à taux fixe ne porte que 2 décimales.

2.2.2.3. Calculs du coupon plein unitaire en euro

Le coupon plein unitaire est calculé par coupure, en multipliant le coupon plein en pourcentage par le montant de la coupure auquel il s'applique⁴⁸, selon la formule suivante :

$$FC_{\epsilon} = FC_{\%} * Dnom \quad (A.1.2.2)$$

Avec :

FC_{ϵ}	: Coupon plein unitaire en euro
$FC_{\%}$: Coupon plein en pourcentage
$Dnom$: Valeur de la coupure en euro

- Dans le cas des OAT, le montant de la coupure est de 1 euro et le coupon plein en pourcentage est égal au coupon plein unitaire en euro. En revanche ce n'est pas le cas avec des coupures d'un montant, par exemple, de 1000 euros.
- Le montant de coupon payé sur une ligne d'OAT à un investisseur s'obtient en multipliant le coupon unitaire en euro, par le nombre de titres détenu par l'investisseur.

Exemple :

Un investisseur détient 10 000 titres d'OAT 3.50% 25 avril 2015	
Coupon plein unitaire en pourcentage	: 3,50%
Coupon unitaire par coupure de 1 euro	: 0.03500 euro
Montant total de coupons payé	: 0.03500 * 10 000 = 350,00 euros

2.2.2.4. Calcul du coupon couru en pourcentage

Lors d'une transaction sur un titre obligataire, le coupon couru en pourcentage correspond au calcul de la fraction du coupon plein en pourcentage acquise *pro rata temporis* entre la date de jouissance des intérêts de la période de coupon en cours et la date de règlement-livraison de la transaction.

⁴⁷ Arrondi : limitation du nombre de décimales d'un nombre décimal. Pour un arrondi à la n^{ème} décimale, on distingue :

- l'arrondi « par défaut », ou « troncature », dans lequel on supprime les décimales au-delà de la n^{ème} ;
- l'arrondi « par excès » : si toutes les décimales au-delà de la n^{ème} sont nulles, on garde la n^{ème} décimale ; sinon on ajoute 1 à la n^{ème} décimale et on supprime les décimales suivantes ;
- l'arrondi « au plus près », ou « commercial », ainsi dénommé car c'est lui qui doit être appliqué pour arrondir au nombre de décimales légal les montants payés ; si la (n+1)^{ème} décimale est égale à 0, 1, 2, 3 ou 4 on arrondit par défaut, sinon on arrondit par excès.

En absence de précision sur le mode d'arrondi à opérer, l'arrondi est réputé « au plus près ».

⁴⁸ Comme indiqué au paragraphe 1.6.5 du présent chapitre, le contrat d'émission de certains titres internationaux peut prévoir des coupures de différentes dénominations.

Depuis avril 2005, le coupon couru en pourcentage des BTAN et OAT est aligné pour le marché institutionnel sur les standards d'arrondis internationaux⁴⁹, avec un arrondi commercial à 7 décimales.

Le coupon couru en pourcentage à la date de règlement-livraison, en principe J+3 ouvrés sur le marché secondaire des OAT, est calculé en base Exact/ exact selon la formule suivante :

$$AI_{\%} = \frac{FC_{\%} * nda}{nd_{ip}} \quad (A.1.2.3)$$

Avec :

$AI_{\%}$: Coupon couru en pourcentage à la date de règlement-livraison
$FC_{\%}$: Coupon plein en pourcentage
nda	: Nombre de jours d'intérêt courus entre la date de début de la période d'intérêt, incluse dans le calcul et la date de règlement-livraison exclue du calcul,
nd_{ip}	: Nombre de jours exacts de la période d'intérêt.

Exemple :

Date de règlement-livraison	: 17 février 2005
Coupon plein en pourcentage	: 3,50%
Nombre de jours d'intérêt courus	: 298
Nombre de jours de la période d'intérêt	: 365
Coupon couru en pourcentage	: 2.8575342%

2.2.2.5. Calcul du coupon couru en euro

A la différence du coupon plein en euro qui est calculé titre par titre avec un arrondi à 5 décimales et ensuite multiplié par le nombre de titres détenus par l'investisseur, le coupon couru en euro est calculé en multipliant directement le coupon couru en pourcentage par le montant nominal de la transaction. Cette règle permet de réaliser une transaction secondaire sans avoir à connaître le détail des différentes valeurs nominales en euro des coupures faisant l'objet de la transaction, dans le cas où l'émission est divisée en plusieurs coupures de valeurs nominales différentes.

Le coupon couru en euro à la date de règlement-livraison, en principe J+3 ouvrés sur le marché secondaire des OAT, est calculé en base Exact/Exact selon la formule suivante :

$$AI_{\epsilon} = AI_{\%} * NomTA \quad (A.1.2.4)$$

⁴⁹ Précédemment le coupon couru des titres domestiques français était arrondi commercialement à 3 décimales. Cet arrondi à 3 décimales subsistait encore en juin 2010 sur le marché des banques à réseau ainsi que sur Euronext Paris, mais des travaux étaient, à l'automne 2010, en cours pour que le marché des banques à réseau adopte prochainement l'arrondi à 7 décimales.

Avec :

AI_{ϵ}	: Coupon couru en euro à la date de règlement-livraison
$AI_{\%}$: Coupon couru en pourcentage à la date de règlement-livraison
$NomTA$: Montant Nominal de la transaction

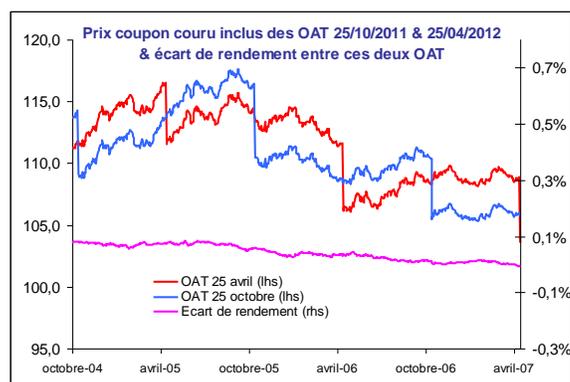
Exemple :

Un investisseur détient 10 000 titres d'OAT 3.50% 25 avril 2015	
Date de règlement du coupon couru	: 17 février 2005
Coupon couru en pourcentage	: 2.8575342%
Montant de coupon couru en euro	: 285.75 euros

2.2.2.6. Le coupon couru est calculé sur la base d'intérêts simples

Le calcul du prix d'une obligation consiste à actualiser l'ensemble des flux futurs payés par le titre, quelle que soit la date de calcul de ce prix. Le prix ainsi calculé est un prix brut qui, sauf à la date de détachement du coupon, comprend le coupon couru et, s'agissant d'un calcul d'actualisation, ce prix est calculé sur la base d'intérêts composés.

Comme le montre le graphique ci-contre, ce prix brut décroît brutalement à chaque date de détachement des coupons et ne permet pas des comparaisons immédiates avec le prix d'autres obligations détachant un coupon sur différentes dates. Pour pallier cet inconvénient, les marchés financiers ont pris l'habitude de déduire du prix brut ainsi calculé, les intérêts courus entre la date de jouissance des intérêts et la date de calcul du prix du titre. Toutefois, rémanence d'une époque où les marchés financiers n'étant encore que peu sophistiqués, ce calcul est effectué en intérêts simples par une règle de trois.



Il résulte de cette approximation que, même si le prix brut d'une obligation est bien calculé selon les principes actuariels, la décomposition de ce prix entre coupon couru et prix net n'est pas rigoureusement exacte, d'un strict point de vue actuariel. Ceci ne constitue pas un handicap pour le développement du marché obligataire, puisque lors d'une transaction, les parties s'échangent le prix brut, même si elles ont traité sur un prix net, la convention de calcul du coupon couru étant pleinement acceptée par le marché. Cependant, cette « anomalie » dérouté parfois les intervenants les moins habitués au marché obligataire.

En effet, comme le montre le tableau ci-dessous, à une date autre que celle de détachement du coupon, le prix net d'une obligation payant un coupon de 4% avec un taux d'actualisation de 4% n'est pas égal au pair.

Prix d'une obligation 4% 25/04/2020 actualisé à 4%

Échéance	25/04/2020	Rendement	4,00%
Coupon			4,00%
Date de jouissance	25/04/2010	Prix net	99,985
Coupon couru	1,0849315	Prix brut	101,0695
02/08/2010	Flux	Durée ans	
25/04/2011	4	0,7288	3,8873
25/04/2012	4	1,7288	3,7378
25/04/2013	4	2,7288	3,5940
25/04/2014	4	3,7288	3,4558
25/04/2015	4	4,7288	3,3229
25/04/2016	4	5,7288	3,1951
25/04/2017	4	6,7288	3,0722
25/04/2018	4	7,7288	2,9540
25/04/2019	4	8,7288	2,8404
25/04/2020	104	9,7288	71,0101

2.2.3. Calculs de prix

2.2.3.1. Généralité sur le calcul de prix d'une transaction

- **Prix net exprimé en base 100**

A la date, t , de négociation d'un titre, les contreparties s'accordent sur le prix net en pourcentage du titre, généralement exprimé avec 2 décimales. Le lien entre le prix de la transaction et le cours négocié pour une OAT en date J+3 de règlement livraison est donné par :

$$P_{Net} = P_{Gross}(t) - AI_{\%}(t_{+n}) \quad (A.1.2.5)$$

Avec :

P_{Net} : Prix net à la date de règlement-livraison exprimé en pourcentage

P_{Gross} : Prix coupon couru inclus exprimé en pourcentage à la date de règlement-livraison

$AI_{\%}$: Coupon couru en pourcentage à la date de règlement-livraison

t : Date de calcul

t_{+n} : Date de Règlement-livraison

Lors d'une transaction, acheteur et vendeur s'accordent sur le prix net et le montant de la transaction. En revanche, le coupon couru est calculé séparément par les *back offices* de chaque partie, pour déterminer le montant de transaction à régler. Il est essentiel que les deux parties respectent les mêmes conventions de calcul et notamment d'arrondi pour le calcul de ce coupon.

- **Montant en euro d'une transaction**

Le montant de transaction est calculé sur la base du prix coupon couru inclus, en date de règlement livraison J+3, selon la formule suivante:

$$TA = \frac{NomTA * P_{Gross}}{100} \quad (A.1.2.6)$$

Avec :

$TA_{\text{€}}$: Montant de la transaction en euro
$NomTA$: Montant Nominal de la transaction
P_{Gross}	: Prix coupon couru inclus exprimé en pourcentage à la date de règlement-livraison

Exemple :

Un investisseur acquiert, le 14 février 2005, 10 000 titres d'OAT 3.50% 25 avril 2015 à un prix au pied de coupon de 99,51% en date de règlement le 17 février 2005

Compte tenu du coupon couru en pourcentage	: 2,8575342%
Le prix brut en pourcentage s'élève à	: 102,3675342%
Le montant de la transaction s'élève à	: EUR 10 236,75

2.2.3.2. Prix en pourcentage pour une périodicité quelconque de composition du taux actuariel

Les formules reprises dans ce paragraphe s'appliquent au calcul de prix en pourcentage d'obligations à taux fixe, quelle que soit la périodicité utilisée pour la composition du taux actuariel ou le paiement des coupons. Selon les marchés, la périodicité de composition du taux actuariel ne coïncide pas nécessairement avec la périodicité de paiement du coupon :

- Sur le marché obligataire à taux fixe en euro, par convention, les calculs actuariels correspondent, sauf indication contraire, à des taux actuariels annuels. En revanche, les conventions de marché adoptées en juillet 1997 ne recommandent pas une périodicité unique pour les coupons des obligations. Ainsi, alors que la plupart des États de la zone euro paient des coupons annuels, les Bons du Trésor italiens, les BTP, paient des coupons semestriels.
- Ce paiement semestriel des coupons, une exception parmi les emprunts d'État en euro, est cependant largement pratiqué sur la plupart des marchés internationaux d'emprunts d'État. Les USA, le Canada, la Grande Bretagne et le Japon adoptent une périodicité semi-annuelle à la fois pour la composition des taux d'actualisation et la périodicité de paiement de leurs coupons.

Dans ces formules, les durées séparant chacun des flux à actualiser de la date de règlement-livraison de l'obligation doivent être exprimées, en nombre de périodes d'intérêt et de fractions de périodes d'intérêt identiques à la périodicité de composition du taux actuariel utilisé pour ces calculs :

- Formule générique d'actualisation du prix en pourcentage pour un prix nominal de 100 à l'échéance:

$$P_{Gross} = \frac{FC\%_1}{(1+y_h)^{L_1}} + \frac{FC\%_2}{(1+y_h)^{L_2}} + \frac{FC\%_3}{(1+y_h)^{L_3}} + \dots + \frac{FC\%_n + 100}{(1+y_h)^{L_n}} \quad (A.1.2.7)$$

- Cette formule générique s'écrit également :

$$P_{Gross} = \sum_{i=1}^n CF_i * (1 + y_h)^{-L_{ih}} \quad (A.1.2.8)$$

Avec :

P_{Gross}	: Prix coupon couru inclus exprimé en pourcentage à la date de règlement-livraison
$FC\%$: Coupon plein en pourcentage
n	: Nombre de dates de paiements de flux jusqu'à l'échéance du titre
CF_i	: ième cash flow de l'obligation
y_h	: Rendement actuariel composé h fois dans l'année
L_{ih}	: Durée en périodes d'intérêt entières et fraction de périodes d'intérêt séparant la date de règlement-livraison de celle du ième flux de remboursement

2.2.3.3. Calcul de fraction de périodes d'intérêt en base Exact/Exact

Le nombre de périodes d'intérêt et éventuellement de fractions de périodes d'intérêt qui séparent le ou les flux payés dans cette fraction d'année, d'une part, de la date de règlement livraison, d'autre part, sont déterminés par la méthode de remontée du temps⁵⁰.

Ce calcul du nombre entier de périodes d'intérêt et de la fraction de périodes d'intérêt exprimé en nombre de jours exacts de cette partie fractionnaire divisée par le nombre de jours exact de la quasi période d'intérêt précédant la date de paiement du prochain coupon, doit s'aligner sur la périodicité de composition du taux actuariel utilisée pour les calculs d'actualisation :

- Dans le cas d'une périodicité annuelle de composition du taux d'actualisation, la fraction d'année séparant la date de règlement-livraison du ou des flux d'intérêt payés au cours de cette fraction d'année est égale au nombre de jours exacts séparant la date de chacun de ces flux, d'une part de la date de règlement-livraison, divisé d'autre part par le nombre de jours exact, 365 ou 366 jours, compris dans l'année civile qui précède la date de paiement de chacun de ces flux.
- Dans le cas d'une périodicité infra annuelle de composition du taux d'actualisation, la fraction de période d'intérêt séparant la date de règlement-livraison du ou des flux d'intérêt payés au cours de cette fraction d'année est égale au nombre de jours exacts séparant la date de chacun de ces flux, d'une part, de la date de règlement-livraison, divisé d'autre part, par le nombre de jours exact de la quasi période d'intérêt. Dans le cas d'un taux d'actualisation composé semestriellement, le nombre de jours d'une période d'intérêt peut varier entre 181 et 184 jours.

Exemple de calcul de fraction d'année :

Un investisseur achète en date de règlement livraison le 30/06/2008 10 millions de l'OAT 3,75%
25/10/2019

Nombre de jours du 30/06/2008 au 25/10/2008 : 117 jours

⁵⁰ Cette méthode est décrite au paragraphe 2.1.3.2 du présent chapitre.

Nombre de jours de la quasi période d'intérêt	: 366 jours
Durée en année de la fraction d'année = 117/366	: 0,3196721 année.

2.2.3.4. Actualisation des flux à partir d'un taux actuariel composé annuellement

Ce paragraphe décrit la méthode de calcul du prix en pourcentage d'une obligation, quelle que soit la périodicité de ses coupons, dès lors que ses flux sont actualisés en utilisant un taux actuariel composé annuellement. En conséquence, elle permet de calculer aussi bien :

- Le prix ou le rendement d'emprunts d'État payant un coupon annuel, cas de la majorité des emprunts d'État en euro,
- Ou celui d'emprunts d'État payant un coupon infra annuel, par exemple semestriel, si leur taux de rendement actuariel est composé annuellement, ce qui est le cas des emprunts d'État italiens.

Ce calcul de prix consiste à actualiser, en appliquant un taux d'intérêt actuariel composé annuellement, chaque flux futur de l'obligation payé avec une périodicité annuelle ou infra annuelle, selon la formule suivante, pour un prix de remboursement au pair :

$$P_{Gross} = \frac{FC_{\%1}}{(1+y_a)^{L_{1a}}} + \frac{FC_{\%2}}{(1+y_a)^{L_{2a}}} + \frac{FC_{\%3}}{(1+y_a)^{L_{3a}}} + \dots + \frac{FC_{\%n} + 100}{(1+y_a)^{L_{nan}}} \quad (A.1.2.9)$$

Avec :

P_{Gross} : Prix coupon couru inclus exprimé en pourcentage à la date de règlement-livraison

$FC_{\%}$: Coupon plein en pourcentage

L_{ia} : Durée en années entières et fraction d'année séparant la date de règlement-livraison de celle du ième flux de remboursement

y_a : Rendement actuariel composé annuellement

n : Nombre de dates de paiements de flux jusqu'à l'échéance du titre

En appliquant ce calcul d'actualisation à chaque flux de l'obligation, sa valeur actuelle, i.e. son prix brut, est égale à la somme des valeurs actuelles de chaque flux. Quant au prix net, il est égal au prix brut diminué du coupon couru, tel que défini dans l'équation A.1.2.5.

- **Dans le cas d'un coupon annuel et avec un taux d'actualisation annuel**, le calcul du prix de chaque flux d'une obligation payant un coupon de 3.75% sur une échéance 25/10/2019 s'effectue de la manière suivante :

$$P_{Gross} = \frac{3.75}{1.0338^{0.55}} + \frac{3.75}{1.0338^{1.55}} + \frac{3.75}{1.0338^{2.55}} + \dots + \frac{3.75 + 100}{1.0338^{9.55}} \quad (A.1.2.10)$$

Dans cet exemple, le paiement des intérêts est annuel et le taux d'actualisation est également un taux annuel, la durée d'actualisation de chacun des flux étant calculée en années entières et fraction d'année séparant la date de règlement livraison de celle du ième flux de remboursement.

- Dans le cas d'un coupon semestriel et avec un taux d'actualisation annuel, méthode d'actualisation des BTP, Bons du Trésor Italiens, le calcul du prix brut d'une obligation payant un coupon de 3.75% sur une échéance 25/10/2019, s'effectue de la manière suivante :

$$P_{Gross} = \frac{1.875}{1.0338^{0.55}} + \frac{1.875}{1.0338^{1.05}} + \frac{1.875}{1.0338^{1.55}} + \dots + \frac{1.875 + 100}{1.0338^{9.55}} \quad (A.1.2.11)$$

Dans cet exemple, malgré le paiement semestriel des intérêts, le taux d'actualisation est un taux annuel, la durée d'actualisation de chacun des flux étant calculée en années entières et fractions d'année séparant la date de règlement livraison de celle du ième flux de remboursement.

- Cette formule s'écrit également :

$$P_{Gross} = \sum_{i=1}^n CF_i * (1 + y_a)^{-L_{ia}} \quad (A.1.2.12)$$

Avec :

P_{Gross}	: Prix coupon couru inclus exprimé en pourcentage à la date de règlement-livraison
n	: Nombre de dates de paiements de flux jusqu'à l'échéance du titre
CF_i	: ième cash flow de l'obligation
y_a	: Rendement actuariel composé annuellement
L_{ia}	: Durée en années entières et fraction d'année séparant la date de règlement-livraison de celle du ième flux de remboursement

Exemple de calcul : Le tableau ci-dessous valorise, à la date du 31 mars 2010, l'OAT 3,75% 25 octobre 2019. Du fait du week-end pascal, la date de règlement du 7 avril 2010 pour une date de calcul le 31 mars 2010 intègre les vendredi 2 avril et le lundi 5 avril qui sont des jours fériés TARGET, le système de règlement livraison de la BCE, compte tenu du week-end de Pâques.

Échéance	25/10/2019	Rendement	3,338%
Coupon	3,75%	Date de calcul	31/03/2010
Date de jouissance	25/10/2009	Date de règlement	07/04/2010
		Prix net	103,31%
Coupon couru	1,6849315%	Prix brut	104,99%
	Flux	Durée ans	Valeur actuelle
25/10/2010	3,75	0,55068	3,68280
25/10/2011	3,75	1,55068	3,56384
25/10/2012	3,75	2,55068	3,44872
25/10/2013	3,75	3,55068	3,33732
25/10/2014	3,75	4,55068	3,22952
25/10/2015	3,75	5,55068	3,12520
25/10/2016	3,75	6,55068	3,02425
25/10/2017	3,75	7,55068	2,92656
25/10/2018	3,75	8,55068	2,83203
25/10/2019	103,75	9,55068	75,82193

2.2.4. Actualisation à partir d'une composition pluri-annuelle du taux actuariel

Cette méthode de calcul, peu usitée sur le marché des emprunts d'État en euro, est largement pratiquée à l'international, puisque, comme déjà indiqué, les marchés d'emprunts d'État américains, britanniques ou japonais, par exemple, paient des coupons semestriels et leurs calculs de prix et de rendement s'effectuent à partir d'un taux actuariel composé semestriellement. Dans ce cas, le calcul du prix brut d'une obligation payant un coupon de 3.75% sur une échéance 25/10/2019, s'effectue de la manière suivante :

- Formule générique d'actualisation du prix en pourcentage pour un prix nominal de 100 à l'échéance :

$$P_{Gross} = \frac{FC_1}{(1+y_h)^{L_1}} + \frac{FC_2}{(1+y_h)^{L_2}} + \frac{FC_3}{(1+y_h)^{L_3}} + \dots + \frac{FC_n + 100}{(1+y_h)^{L_n}} \quad (A.1.2.13)$$

- Cette formule générique s'écrit également :

$$P_{Gross} = \sum_{i=1}^n CF_i * (1+y_h)^{-L_i} \quad (A.1.2.14)$$

Avec :

P_{Gross}	: Prix coupon couru inclus exprimé en pourcentage à la date de règlement-livraison
$FC\%$: Coupon plein en pourcentage
n	: Nombre de dates de paiements de flux jusqu'à l'échéance du titre
CF_i	: ième cash flow de l'obligation
y_h	: Rendement actuariel composé h fois dans l'année
L_i	: Durée en périodes d'intérêt entières et fraction de périodes d'intérêt séparant la date de règlement-livraison de celle du ième flux de remboursement

2.2.5. Exemple à partir d'une composition semestrielle du taux actuariel

Dans cet exemple, le paiement des intérêts est semestriel, et le taux d'actualisation est composé semestriellement, comme cela est le cas des *Treasuries* américaines ou des *Gilts* britanniques. Le nombre de périodes d'actualisation est égal au nombre de périodes d'intérêt semestrielles et à la fraction de période d'intérêt semestrielle de l'obligation :

$$P_{Gross} = \frac{1.875}{1.01655^{0.05}} + \frac{1.875}{1.01655^{1.05}} + \frac{1.875}{1.01655^{2.05}} + \dots + \frac{1.875 + 100}{1.01655^{19.05}} \quad (A.1.2.15)$$

Cette formule peut également s'écrire :

$$P_{Gross} = \sum_{i=1}^n CF_i * (1 + y_s)^{-L_{is}} \quad (A.1.2.16)$$

Avec :

P_{Gross}	: Prix coupon couru inclus exprimé en pourcentage à la date de règlement-livraison
n	: Nombre de dates de paiements de flux jusqu'à l'échéance du titre
CF_i	: ième cash flow de l'obligation
y_s	: Rendement actuariel composé semi annuellement
L_{is}	: Durée en semestres entiers et fraction de semestres séparant la date de règlement-livraison de celle du ième flux de remboursement

2.2.6. Impact de la périodicité des coupons sur le prix et la duration

Le tableau ci-dessous valorise, le 31/03/2010, deux emprunts à taux fixe payant un coupon facial de 3,75% sur une échéance 25/10/2019 :

- Le premier paie un coupon annuel de 3,75% tous les ans, le second paie semestriellement un coupon de 3,75%/2 = 1,875%.
- Le taux d'actualisation utilisé pour ces deux titres est un taux actuariel de 3,3380% composé annuellement.
- Du fait de la périodicité différente du paiement de leurs coupons, en dépit d'un taux d'actualisation identique, le prix de ces deux titres n'est pas rigoureusement égal, les coupons du titre semestriel étant payés un peu plus tôt que ceux du titre annuel, comme le montre la différence de duration entre ces deux titres selon le tableau ci-dessous : 8,02 ans pour le titre payant des coupons semestriels et 8,10 ans pour le titre payant des coupons annuels.

Prix, duration et sensibilité d'obligations payant des coupons annuels ou semi annuels à partir d'un même taux facial			
Coupon taux annuel	Échéance	Date de calcul	Taux d'actualisation
3,75%	25/10/2019	31/03/2010	3,3380%
OAT, coupons annuels, taux d'actualisation annuel		BTP, coupons semi-annuels, taux d'actualisation annuel	
Coupon couru	Prix brut	Coupon couru	Prix brut
1,6849%	104,992%	1,68956%	105,256%
Date jouissance	Prix net	Date jouissance	Prix net
25/10/2009	103,307%	25/10/2009	103,567%
Duration	Sensibilité	Duration	Sensibilité
8,10	7,84	8,02	7,76

2.2.7. Calculs de rendement actuariel composé annuellement à partir du prix

La relation du prix et du rendement actuariel d'une obligation est donnée par la définition du taux de rendement actuariel d'une obligation, décrite au paragraphe 1.4.4 du présent chapitre :

- Le taux actuariel est le taux constant d'actualisation de l'échéancier d'un emprunt qui égalise la valeur actuelle de l'échéancier et le prix observé de l'emprunt coupon couru inclus.
- Le taux actuariel est généralement affiché comme un taux facial annuel,
- Mais, en fonction des conventions de marché de l'euro, le taux actuariel peut être calculé en composant les intérêts sur différentes périodes d'intérêt, soit annuelles soit infra annuelles, à la condition que cette périodicité de composition soit clairement mentionnée. En l'absence d'une telle mention, les taux actuariels sont censés correspondre à une composition annuelle des intérêts.

Ce calcul du rendement actuariel utilise l'équation A.1.2.12 de calcul du prix d'une obligation à partir de son rendement annuel.

$$P_{Gross} = \sum_{i=1}^n CF_i * (1 + y_a)^{-L_{ia}} \quad (A.1.2.12)$$

Cependant, dans le cas d'une obligation payant plusieurs flux à différentes dates, la recherche du rendement du titre à partir de son prix n'est pas aussi immédiate que celle du calcul du prix à partir de son rendement : compte tenu de la relation non linéaire entre le taux et le prix des différents flux de l'obligation⁵¹, ce calcul de rendement doit être fait par résolution numérique⁵². Dans la formule ci-dessus, le taux de rendement actuariel est exprimé en taux de rendement composé annuellement, quelle que soit la périodicité des coupons du titre.

2.2.8. Indicateurs analytiques de prix avec une composition annuelle des intérêts

Les indicateurs suivants sont décrits pour des calculs basés sur des taux actuariels composés annuellement. Ils sont aisément transposables pour des calculs basés sur une composition pluriannuelle du taux d'actualisation.

Ces principaux indicateurs, durée de vie, duration, sensibilité et convexité, permettent de mesurer, de manière plus ou moins fine, le risque de taux d'un investisseur à taux fixe : comme déjà rappelé, ce document ne traite pas directement du risque de crédit des emprunts obligataires, se cantonnant à mesurer le risque de variation du prix des obligations à taux fixe, en fonction de l'évolution de leurs rendements de marché, même si, indirectement, ces rendements peuvent dépendre du risque de crédit de leurs émetteurs :

⁵¹ Ce phénomène qui correspond à la convexité du prix d'une obligation à taux fixe est développé au paragraphe 2.2.8.4 du présent chapitre.

⁵² Par exemple par approches successives du taux d'actualisation jusqu'à ce que la valeur actuelle de l'échéancier soit égale au prix observé coupon couru inclus de l'emprunt.

- Le prix de marché d'une obligation à taux fixe baisse avec la hausse de son rendement de marché et inversement monte avec la baisse de son rendement de marché,
- Et, dans une première approximation, cette sensibilité du prix d'une obligation est d'autant plus grande que sa durée est longue.

2.2.8.1. Durée de vie d'une obligation

Il existe plusieurs notions de durée de vie d'une obligation utilisées par les acteurs du marché obligataire, dont certaines sont tombées en désuétude. Il y a lieu de les distinguer clairement. Par exemple :

- **La maturité résiduelle** est égale à la durée qui sépare la date du dernier flux contractuel du titre de la date de règlement-livraison. Pour le calcul du laps de temps qui sépare deux flux, la date du premier flux dans l'ordre chronologique est exclue, la date du dernier flux est incluse. Le laps de temps est calculé selon la méthode de « remontée du temps » utilisée dans les calculs actuariels relatifs au calcul de prix des obligations⁵³. La durée de vie d'une obligation ne prend pas en compte les flux d'intérêt du titre.
- **La durée de vie moyenne des flux d'intérêts et de principal** de l'obligation, pondérée par les flux, qui pourrait être appelée « duration à taux zéro », voir paragraphe de définition de la duration, est donnée dans la formule suivante :

$$AL = \frac{\sum_{i=1}^n CF_i * L_{ia}}{\sum_{i=1}^n CF_i} \quad (A.1.2.17)$$

Avec :

<i>AL</i>	: Vie moyenne à la date de règlement-livraison
<i>n</i>	: Nombre de dates de paiements de flux jusqu'à l'échéance du titre
<i>CF_i</i>	: ième cash flow de l'obligation
<i>L_{ia}</i>	: Durée en années entières et fraction d'année séparant la date de règlement-livraison de celle du ième flux de remboursement

- Utilisation : cet indicateur de durée de vie ne permet pas d'estimer de manière exacte le risque de taux pris par un investisseur obligataire à taux fixe⁵⁴. Il n'est de fait aujourd'hui plus utilisé pour mesurer le risque de taux

⁵³ La différence de durée de vie d'une obligation calculée avec la méthode de « remontée du temps » comparée à celle parfois utilisée « d'avancée du temps » se limite à 1 jour, selon que le 29 février est inclus dans la période brisée située respectivement au début ou à la fin de l'obligation.

⁵⁴ Historiquement, cet indicateur permettait d'avoir une intuition du risque de crédit d'une obligation, puisque plus le titre a une durée de vie longue, plus en théorie, le risque de défaut de l'emprunteur augmente. En outre, le calcul de durée de vie moyenne était un outil simple utilisé pour les calculs d'adossment des maturités Actif/Passif.

2.2.8.2. Duration d'une obligation

- **Définition :** la duration d'une obligation à taux fixe, en anglais « Macaulay Duration », est définie comme la moyenne pondérée des maturités résiduelles de ses flux, les facteurs de pondération étant ces mêmes flux, actualisés au taux de rendement de l'obligation.
- **Formule de calcul de la duration :** soit un titre détachant n flux de capitaux et/ou d'intérêt CF_i ($i=1, \dots, n$). Sa duration calculée à partir d'un taux actuariel annuel est égale à :

$$D = \frac{1}{P_{Gross}} * \sum_{i=1}^n L_{ia} * CF_i * (1 + y_a)^{-L_{ia}} \quad (A.1.2.18)$$

Avec :

D	: Duration, en anglais Macaulay Duration
P_{Gross}	: Prix coupon couru inclus exprimé en pourcentage à la date de règlement-livraison
n	: Nombre de dates de paiements de flux jusqu'à l'échéance du titre
L_{ia}	: Durée en années entières et fraction d'année séparant la date de règlement-livraison de celle du i ème flux de remboursement
CF_i	: i ème cash flow de l'obligation
y_a	: Rendement actuariel composé annuellement

- **Utilisation :** la duration, homogène à une durée, est habituellement exprimée en années. Elle permet comme on le verra dans le paragraphe suivant, de calculer la sensibilité d'une obligation à taux fixe.
- **Exemple de calcul :** le tableau ci-dessous illustre au 31/03/2010 la différence de duration entre l'OAT 3,75% 25/10/2019 et l'OAT 8,5% 25/10/2019. La politique d'émission de l'AFT explique que ces deux émissions coexistent sur la même échéance, la première ayant été émise à 10 ans en 2009, tandis que la seconde est une ancienne 30 ans. Ces deux émissions portent des coupons très différents et leur écart de duration est de près d'un 1 an, à 8,10 ans pour la première et 7,19 ans pour la seconde. Leur rendement respectif le 31 mars 2010 à 3,34% pour la 1ère et 3,23% pour la seconde traduit d'ailleurs cette différence de duration, dans un environnement de courbe pentue.

Prix, duration, sensibilité et convexité de l'OAT 3,75% 25/10/2019 le 31/03/2010				
Echéance	25/10/2019	Rendement	3,338%	
Coupon	3,75%	Date de calcul	31/03/2010	
Date de jouissanc	25/10/2009	Date de règlement	07/04/2010	
		Prix net	103,307%	Duration 8,10
Coupon couru	1,6849315%	Prix brut	104,99%	Sensibilité 7,84
	Flux	Durée ans	Valeur actuelle	
	25/10/2010	3,75	0,55068	2,03
	25/10/2011	3,75	1,55068	5,53
	25/10/2012	3,75	2,55068	8,80
	25/10/2013	3,75	3,55068	11,85
	25/10/2014	3,75	4,55068	14,70
	25/10/2015	3,75	5,55068	17,35
	25/10/2016	3,75	6,55068	19,81
	25/10/2017	3,75	7,55068	22,10
	25/10/2018	3,75	8,55068	24,22
	25/10/2019	103,75	9,55068	724,15

Prix, duration, sensibilité et convexité de l'OAT 8,5% 25/10/2019 le 31/03/2010				
Echéance	25/10/2019	Rendement	3,227%	
Coupon	8,50%	Date de calcul	31/03/2010	
Date de jouissanc	25/10/2009	Date de règlement	07/04/2010	
		Prix net	142,72%	Duration 7,19
Coupon couru	3,8191781%	Prix brut	146,54%	Sensibilité 6,96
	Flux	Durée ans	Valeur actuelle	
	25/10/2010	8,5	0,55068	4,60
	25/10/2011	8,5	1,55068	12,55
	25/10/2012	8,5	2,55068	19,99
	25/10/2013	8,5	3,55068	26,96
	25/10/2014	8,5	4,55068	33,48
	25/10/2015	8,5	5,55068	39,56
	25/10/2016	8,5	6,55068	45,22
	25/10/2017	8,5	7,55068	50,50
	25/10/2018	8,5	8,55068	55,40
	25/10/2019	108,5	9,55068	765,12

Le poids, w_i , de chaque durée de flux cash-flow correspondant à la formule suivante :

$$w_i = \frac{CF_i * (1 + y_a)^{-L_{ia}}}{P_{Gross}} \quad (A.1.2.19)$$

...la formule de la durée peut également s'écrire:

$$D = \sum_{i=1}^n L_{ia} * w_i \quad (A.1.2.20)$$

Avec :

w_i	: Poids de chaque cash flow actualisé
CF_i	: ième cash flow de l'obligation
y_a	: Rendement actuariel composé annuellement
L_{ia}	: Durée en années entières et fraction d'année séparant la date de règlement-livraison de celle du ième flux de remboursement
P_{Gross}	: Prix coupon couru inclus exprimé en pourcentage à la date de règlement-livraison
D	: Duration, en anglais Macaulay Duration
n	: Nombre de dates de paiements de flux jusqu'à l'échéance du titre

- La durée d'une obligation, barycentre des durées de chaque flux pondérées par la somme des valeurs actuelles de ces flux, est donc homogène à une durée.
- La durée d'un zéro coupon est égale à sa durée, puisque par définition ce titre ne paie qu'un seul flux durant toute sa durée de vie.

2.2.8.3. Sensibilité d'une obligation à taux fixe

On appelle sensibilité d'une obligation, en anglais « *Macaulay Modified Duration* », la dérivée de son prix par rapport à son taux de rendement actuariel :

$$D_{Modified} = - \frac{1}{P_{Gross}} \frac{dP_{Gross}}{dy_a} = \frac{-1}{1 + y_a} * \frac{\sum_{i=1}^n L_{ia} * CF_i * (1 + y_a)^{-L_{ia}}}{P_{Gross}} \quad (A.1.2.21)$$

La sensibilité mesure au premier ordre la variation de prix, en pourcentage de cette variation, consécutive à une faible variation du rendement du titre. Elle s'obtient aisément à partir de la durée par la formule suivante :

$$D_{Modified} = \frac{D}{1 + y_a} \quad (A.1.2.22)$$

Avec :

$D_{Modified}$: Sensibilité (Modified Duration)
dP_{Gross} / P_{Gross}	: Dérivée partielle du prix brut par rapport au rendement actuariel annuel
y_a	: Rendement actuariel composé annuellement
n	: Nombre de dates de paiements de flux jusqu'à l'échéance du titre
L_{ia}	: Durée en années entières et fraction d'année séparant la date de règlement-livraison de celle du ième flux de remboursement
CF_i	: ième cash flow de l'obligation
D	: Duration, en anglais Macaulay Duration

- La sensibilité mesure donc la variation relative du prix par rapport au taux. Ce calcul est détaillé dans le tableau Excel ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Prix, durée, sensibilité, vie moyenne et convexité de l'OAT 3,75% 25/10/2019 le 31/03/2010								
2	Echéance	25/10/2019	Rendement	3,338%	Vie moyenne	9,55	Convexité des flux	75,88	
3	Coupon	3,75%	Date de calcul	31/03/2010	Vie équivalente	9,55	Convexité simplifiée	69,04	
4	Date de jouissance	25/10/2009	Date de règlement	07/04/2010	Duration	8,10			
5			Prix net	103,31%	Sensibilité	7,839			
6	Coupon couru	1,6849315%	Prix brut	104,99%					
7	Calcul de flux		Calcul de durée			Calcul de sensibilité		Calcul de convexité	
8		Flux	Durée ans (di)	Flux actualisé	Flux actu* d	$Fi*(1+i)^{d-1}$	$Fi*(1+i)^{d-1} \cdot L_{ia}$	$Fi*(1+i)^{d-2}$	$Fi*(1+i)^{d-2} \cdot d(d+1)$
9	25/10/2010	3,75	0,5507	3,6828	2,0281	3,5638	1,9626	3,4487	2,9450
10	25/10/2011	3,75	1,5507	3,6638	5,5264	3,4487	5,3479	3,3373	13,2001
11	25/10/2012	3,75	2,5507	3,4487	8,7966	3,3373	8,5125	3,2295	29,2487
12	25/10/2013	3,75	3,5507	3,3373	11,8498	3,2295	11,4670	3,1252	50,4972
13	25/10/2014	3,75	4,5507	3,2295	14,6965	3,1252	14,2218	3,0243	76,3909
14	25/10/2015	3,75	5,5507	3,1252	17,3470	3,0243	16,7867	2,9266	106,4122
15	25/10/2016	3,75	6,5507	3,0243	19,8109	2,9266	19,1710	2,8320	140,0784
16	25/10/2017	3,75	7,5507	2,9266	22,0976	2,8320	21,3638	2,7406	176,8397
17	25/10/2018	3,75	8,5507	2,8320	24,2158	2,7406	23,4336	2,6520	216,5775
18	25/10/2019	103,75	9,5507	75,8219	724,1514	73,3727	700,7600	71,0027	7154,6750
19				total	total	total	total	total	total
20				104,9922	850,5201	101,6008	823,0468	96,3169	7966,9647
21				E20/D20=	8,10	F20/D20=	7,839	I20/D20=	75,88

- Le changement relatif de prix en pourcentage d'une obligation est donné par le produit de la sensibilité et de la variation de rendement actuariel du titre selon la formule suivante :

$$\frac{\Delta P_{(gross)}}{P_{(gross)}} \approx -D_{Modified} * \Delta y_a \quad (A.1.2.23)$$

Avec :

ΔP_{Gross}	: Variation absolue du prix brut de l'obligation
P_{Gross}	: Prix coupon couru inclus exprimé en pourcentage à la date de règlement-livraison
$D_{Modified}$: Sensibilité (Modified Duration)
Δy_a	: Dérivée partielle du prix brut par rapport au rendement actuariel annuel

- A taux d'actualisation constant, plus la durée d'un actif est élevée et plus son prix sera sensible à une variation des taux d'intérêt et vice versa.

- La duration d'une obligation est plus élevée lorsque son coupon est faible.
- Plus le taux d'actualisation d'une obligation donnée augmente, plus sa duration et sa sensibilité diminuent et vice versa.

Exemple de calcul de la sensibilité:

Comme calculé ci-dessus, le 31 mars 2010, l'OAT 3,75% 25 octobre 2019 avait une duration de 8,10, pour un rendement de 3,338% et un prix de 104,99%, coupon couru inclus.

En appliquant la formule de calcul de la sensibilité, équation A.1.2.21, on obtient une sensibilité de 7,84.

Si le rendement de cette obligation augmente immédiatement de 1 bp, 0,01%, à 3,348%, son prix relatif, en pourcentage coupon couru inclus, diminue à 104,91% de 0,0784%, ce qui est conforme au calcul de la sensibilité, en appliquant l'équation A.1.2.21.

En revanche, si au lieu d'augmenter de 1bp, le rendement de l'obligation augmente de 100 bps, 1%, à 4,338%, le prix de l'obligation en pourcentage baisse de 7,47%, alors que selon la formule de la sensibilité, le prix du titre aurait dû baisser de 7,84%.

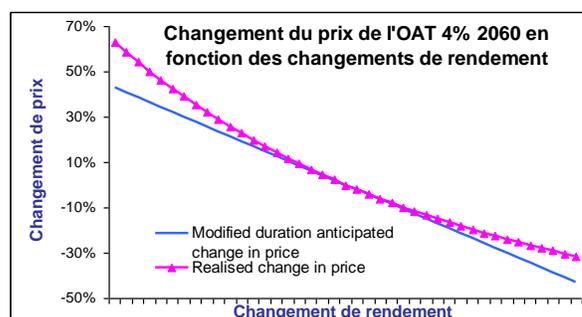
A l'inverse, si le rendement de l'obligation avait baissé de 100 bps, à 2,338%, le prix de l'obligation aurait augmenté de 8,23%, alors que selon la formule de la sensibilité, le prix du titre n'aurait dû augmenter que de 7,84%.

- Limites du calcul de la sensibilité : l'exemple ci-dessus montre que si la sensibilité donne une bonne mesure de la variation de prix du titre consécutive à une faible variation de son rendement, cette mesure se révèle plus approximative, dans le cas d'une variation importante de rendement du titre. En effet le prix d'une obligation ne varie pas de manière linéaire par rapport à son rendement en raison de la convexité : le calcul de sensibilité surestime la perte du prix de l'obligation, en cas de hausse des taux, et sous-estime son gain, en cas de baisse des taux, et ce phénomène est d'autant plus accentué que le titre concerné est long.

2.2.8.4. Convexité d'une obligation à taux fixe

Le tableau ci-contre illustre, en avril 2010, le calcul de la convexité du prix de l'OAT 4,00% 25/04/2060, pour une variation linéaire de son rendement.

- **Définition :** la convexité est égale à la dérivée seconde du prix d'une obligation par rapport à son taux de rendement, divisée par son prix. Cet indicateur permet d'affiner la variation théorique du prix d'une obligation, en cas de changement relativement important de son rendement de marché, puisque la relation taux prix des obligations n'est pas linéaire.



- La formule suivante s'applique au calcul de la convexité :

$$Cx = \frac{1}{P_{Gross} (1 + y_a)^2} * \sum_{i=1}^n \frac{CF_i}{(1 + y_a)^{L_{ia}}} * (L_{ia}^2 + L_{ia}) \quad (A.1.2.24)$$

Avec :

Cx	: Convexité du prix de l'obligation
P_{Gross}	: Prix coupon couru inclus exprimé en pourcentage à la date de règlement-livraison
y_a	: Rendement actuariel composé annuellement
n	: Nombre de dates de paiements de flux jusqu'à l'échéance du titre
CF_i	: ième cash flow de l'obligation
L_{ia}	: Durée en années entières et fraction d'année séparant la date de règlement-livraison de celle du ième flux de remboursement

- **Utilisation** : comme le montre le tableau ci-dessous, la convexité croît de manière rapide avec l'augmentation de la durée et, partant, de la sensibilité des titres. Une obligation à 10 ans a une sensibilité de 8,1 et une convexité de 81, quand une obligation à 50 ans a une sensibilité de 21,5 et une convexité de 736. La convexité est d'autant plus grande que les rendements de marché sont faibles. Cette différence de convexité peut être mise à profit par un investisseur devant aligner la durée de ses actifs sur celle de son passif.

Échéance, durée, sensibilité et convexité d'obligations payant un coupon de 4% cotées au pair

Échéance (années)	5	7	10	15	20	30	40	50	100
Duration	4,6	6,2	8,4	11,6	14,1	18,0	20,6	22,3	25,5
Sensibilité	4,5	6,0	8,1	11,1	13,6	17,3	19,8	21,5	24,5
Convexité	25	43	81	155	241	420	589	736	1130

Exemple d'optimisation d'un portefeuille basé sur une stratégie liée à la convexité des titres le composant :

- Supposons un investisseur institutionnel ayant un passif d'une durée moyenne de 10 ans présentant une durée de 8,4 qui est contraint réglementairement d'aligner la durée et la sensibilité de ses actifs sur celles de son passif.
- Pour respecter cette contrainte, il a par exemple le choix d'investir à 10 ans avec une durée de 8,4 ou à 50 ans avec une durée de 22,3.
- Afin de respecter ces contraintes en utilisant des titres de sensibilité différente, il va recourir à un ratio de couverture, *hedge ratio*, lui assurant qu'en cas de variation parallèle de la courbe des taux, la valeur actuelle de son actif et celle de son passif se compenseront.

- Le tableau ci-dessous montre un exemple de *hedge ratio* pour un investisseur souhaitant couvrir la duration de son passif de 8,4 avec celle de ses actifs dans un environnement de faibles taux d'intérêt, en faisant deux hypothèses : 1) Une couverture parfaite, 2) une couverture en utilisant des actifs à 50 ans, le solde de la position étant investi à très court terme.

	Portefeuille couvert à 100%		Portefeuille couvert en hedge ratio		Portefeuille couvert en hedge ratio	
	Actifs	Passif	Actifs	Passif	Actifs	Passif
Montant du portefeuille	100	-100	37,80	-100	37,80	-100
Coupons moyens	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00
Durée de couverture	10 ans	10 ans	50 ans	10 ans	50 ans	10 ans
Duration	8,4	8,4	22,3	8,4	0,0	8,4
Sensibilité	8,1	8,1	21,4	8,1	100,0	8,1

	Le portefeuille couvert à 100% ne génère pas de résultat		Hausse de 1% des rendements		Baisse de 1% des rendements	
	Actifs	Passif	Actifs	Passif	Actifs	Passif
Rendement de marché	4	4	5	5	3	3
Valeur de l'actif et du passif	100,0	-100,0	30,90	-92,28	47,53	-108,5
Pertes et profits	0,00	0,00	-6,90	7,72	9,73	-8,53
Résultat net		0,00		0,82		1,20

Le portefeuille parfaitement couvert est insensible à une évolution parallèle des taux d'intérêt, la baisse de valeur de ses actifs étant équivalente à celle de son passif. Quant au portefeuille utilisant des actifs à 50 ans, il bénéficie de la convexité et l'investisseur serait en théorie toujours gagnant, quelle que soit l'évolution des taux d'intérêt, avec une courbe de taux à long terme plate, en cas de mouvement parallèle de la courbe des taux. Si on utilise le langage des options, cet investisseur serait « gamma positif », ce qui revient à être long d'une option.

Bien évidemment, cet exemple est caricatural :

- D'une part en cas de courbe de taux pentue, la couverture des actifs à court terme peut générer un coût de portage important. Dans l'exemple ci-dessus, la couverture en sensibilité d'un passif à 10 ans pour un montant de 100 euros offrant un rendement de 4% est couverte par des actifs à 50 ans pour un montant de 37,80 euros offrant également un rendement également de 4%, le solde de la position à l'actif, 62,20 euros étant placé à court terme. Si ce placement à court terme est effectué à un taux de 1%, le coût annuel de portage de la position s'élève à 1,87%, comme le montre le tableau ci-dessous.

Portefeuille couvert en hedge ratio

	Actifs			Passif			Coût annuel de portage
	Montant	Rendement	Intérêts	Montant	Rendement	Intérêts	
Actif 50 ans	37,80	4,00%	1,51%	Passif 10 ans	-100	4,00%	-4,00%
Actifs court terme	62,20	1,00%	0,62%				
Total	100,00		2,13%	Total	-100,00	-4,00%	-1,87%

- D'autre part, si le marché des titres concernés est suffisamment liquide, les teneurs de marché chercheront à faire payer par les investisseurs la valeur optionnelle implicite de la position, en cotant sur la partie longue de la courbe un rendement inversé. De la sorte, l'investisseur qui a acquis des actifs sur la partie longue de la courbe obtient un rendement inférieur à celui qu'il doit payer sur la partie intermédiaire de la courbe pour financer ces actifs. Ce coût de portage négatif correspond dans un marché liquide à la valeur de l'option implicite générée par cette position. Ces mécanismes seront exposés plus en détails dans le Volume B de ce document consacré aux dérivés de taux d'intérêt.

- Enfin, l'investisseur est fortement exposé dans une telle stratégie à un changement de pente entre le 10 ans et le 50 ans.

La formule suivante permet d'affiner le calcul approximé de la sensibilité du prix d'une obligation, en prenant en compte au premier ordre, terme linéaire de la variation de rendement, la sensibilité et, au second ordre, terme en carré de la variation de rendement, la convexité :

$$\frac{\Delta P_{Gross}}{P_{Gross}} = -D_{Modified} * \Delta y_a + \frac{1}{2} Cx * (\Delta y_a)^2 \quad (A.1.2.25)$$

Avec :

ΔP_{Gross}	: Variation absolue du prix brut de l'obligation
P_{Gross}	: Prix coupon couru inclus exprimé en pourcentage à la date de règlement-livraison
$D_{Modified}$: Sensibilité (Modified Duration)
Δy_a	: Dérivée partielle du prix brut par rapport au rendement actuariel annuel
Cx	: Convexité du prix de l'obligation

Exemple :

Une obligation à 30 ans payant un coupon de 4% est cotée au pair. Si son rendement de marché augmente de 4% à 5%, son prix de marché va baisser de 15,37%, alors qu'en utilisant l'équation A.1.2.21, sa sensibilité est de 17,3. Par ailleurs sa convexité, équation A.1.2.24, est de 420, comme le montre le tableau précédemment publié détaillant la sensibilité et la convexité de titres portant différentes échéances.

En appliquant la formule de calcul de la sensibilité corrigée de la convexité, équation A.1.2.25, la baisse de prix anticipée s'élève à -15,19% : $(-17,3 \times 1) + (0,5 \times 420 \times (1)^2) = -15,19$

2.2.8.5. Approximation de la sensibilité à partir des fonctions de base Excel

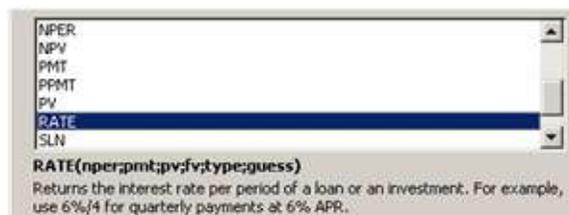
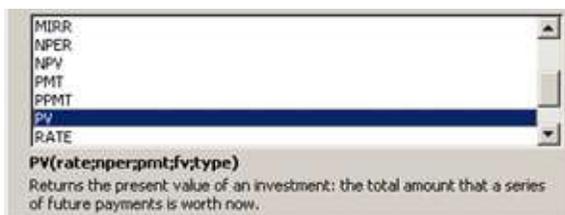
Pour le calcul du prix exact à régler coupon couru inclus d'une transaction, un tableur Excel 2007 dans sa version de base n'est pas approprié, puisque son degré de précision ne correspond pas au standard des contraintes de règlement-livraison telles qu'exposées au paragraphe 1.6.6.2 du présent chapitre⁵⁵ :

- D'une part, il n'est pas possible de renseigner sur ce tableur un coupon plein portant une date de jouissance antérieure à la date de calcul,
- D'autre part la formule de calcul utilisée dans le marché pour le coupon couru des obligations recoure à une simple règle de trois qui ne tient pas compte de l'actualisation du coupon plein.

⁵⁵ Plusieurs fournisseurs de logiciels proposent toutefois des fonctions additionnelles pour les calculs obligataires.

En revanche, certaines fonctions Excel, permettent d’approcher de manière très simple la variation absolue du prix en euro d’une obligation, consécutive à un changement de son rendement :

- Les calculs exacts de duration, sensibilité et convexité traditionnels sont relativement lourds.
- Plutôt que de calculer le changement approximé au premier ordre du prix, coupon couru inclus en pourcentage d’une obligation, certains opérateurs de marché préfèrent afficher le changement de prix d’une obligation en valeur absolue en euro, par simple différence entre le prix initial du titre et celui correspondant au changement de son rendement.



- Les formules de valeur actuelle, PV, et de taux interne de rentabilité, Rate, d’un tableur Excel, permettent d’approcher de manière précise cette variation en valeur absolue du prix d’une obligation, même si elles ne sont pas conformes à la définition théorique de ces indicateurs traditionnels pour le marché obligataire.
- Dans le cas de mouvement relativement important des rendements de marché, elles se révèlent même parfois plus précises que les formules de sensibilité et de convexité théoriques ci-dessus exposées.
- Le calcul de la variation en valeur absolue du prix net en euro du titre supprime l’imperfection du calcul en intérêts simples du coupon couru : le montant du coupon couru utilisé pour passer d’un prix brut à un prix net ne dépend pas des taux d’actualisation. Il reste identique quelle que soit l’évolution des rendements de marché et n’affecte en conséquence pas la variation en valeur absolue du prix net du titre.

Prix, duration, sensibilité et convexité de l'OAT 3,75% 25/10/2019 pour une date de règlement le 07/04/2010

	Marché - 1%	Prix net Excel	Sensibilité	Convexité	Marché	Prix net Excel	Marché + 1%	Prix net Excel	Sensibilité	Convexité
Rendement	2,338%				3,338%		4,338%			
Prix net%	111,951%	111,962%	111,539%	111,936%	103,307%	103,322%	95,461%	95,481%	95,076%	95,475%
Ecart prix %		8,377%	7,968%	8,353%		0,015%	-7,595%	-7,576%	-7,968%	-7,581%
Ecart prix euros		8,654 €	8,231 €	8,629 €		0,015 €	-7,846 €	-7,826 €	-8,231 €	-7,832 €
Erreur d'estimation		0,011%	-0,412%	-0,015%		0,015%		0,020%	-0,385%	0,014%

2.2.9. Les STRIPS ou démembrement des OAT

2.2.9.1. Définition du démembrement

Une « obligation démembrable » est une obligation dont les flux d'intérêts et de remboursement peuvent être négociés individuellement. Le démembrement et le remembrement sont des opérations réalisées au fil du temps sur le marché secondaire, en fonction des demandes et des cotations du marché, par les teneurs de marché autorisés par l'émetteur. Le démembrement consiste à acquérir des obligations à taux fixe existantes, i.e. payant à intervalle régulier un coupon plus le remboursement du nominal à l'échéance, puis à revendre individuellement chacun des flux de principal ou d'intérêt du titre. Le remembrement est l'opération inverse, seul le remembrement de titres identiques à l'obligation initiale étant autorisé.

Les flux démembrés sont de véritables titres zéro coupon, étant émis à un prix inférieur à leur valeur faciale qui sera payée à l'échéance du contrat. Leur rémunération est exclusivement composée de la plus-value que réalise l'acquéreur s'il garde le titre jusqu'à son échéance.

2.2.9.2. L'AFT a lancé en 1991 le premier programme de STRIPS européen

L'AFT est le premier souverain européen à avoir mis en place un programme de démembrement de ses émissions, ou STRIPS, *Separate Trading of Registered Interest and Principal Securities*, une technique déjà utilisée depuis 1985 par le Trésor américain pour créer des zéro coupons. La standardisation de l'échéance des OAT émises depuis 1985 et la création de titres assimilables ont facilité l'adoption des STRIPS sur les emprunts d'Etat français. Cette technique d'émission a depuis été adoptée par les principaux souverains de la zone euro. Toutefois, ces émetteurs ne pratiquent pas toujours une politique d'émission standardisée, ce qui peut nuire à la liquidité de leurs STRIPS.

2.2.9.3. Des zéro coupons peu liquides malgré une forte demande

Un grand nombre d'investisseurs est à la recherche d'obligations zéro coupon, soit pour investir sur une date précise, sans avoir à se préoccuper du remplacement des intérêts intermédiaires, soit pour bénéficier de la forte sensibilité du prix des zéro coupons :

- Les STRIPS constituent pour le marché un véritable instrument d'investissement...
- ... alors que, à l'image de l'ensemble des swaps de taux d'intérêt, un swap zéro coupon n'est pas un instrument d'investissement. Un investisseur qui couvre une position de taux zéro coupon par un swap n'a pas investi. Et il n'obtiendra le taux fixe de la jambe zéro coupon du swap, qu'à la condition de pouvoir réinvestir ses fonds à un niveau égal à celui de la référence de la jambe à taux flottant, sur l'Euribor par exemple, pendant toute la durée de vie du swap.

Toutefois, le marché des STRIPS reste souvent peu liquide :

- Les investisseurs ayant acquis des zéro coupons pour couvrir un engagement spécifique correspondant à la durée de leur passif conservent en principe ces titres jusqu'à leur échéance...

- Et les souverains n'émettent généralement pas directement de zéro coupons : ces émetteurs cherchant à privilégier la liquidité de leurs titres payant des coupons, pratiquent une politique de standardisation de leurs émissions, en émettant un nombre relativement peu élevé de titres qui seront par la suite abondés. Emettre en plus des zéro coupons reviendrait à augmenter le nombre de leurs souches émises⁵⁶.

2.2.9.4. Le dispositif alternatif de démembrement des titres couponnés

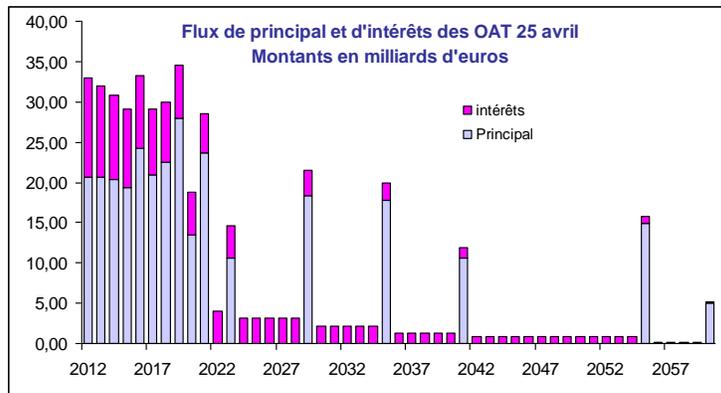
Toutes les OAT portant une échéance 25 avril ou 25 octobre, i.e. toutes les OAT à taux fixe émises depuis 1991, sont admises au programme de démembrement. Un Groupement d'Intérêt Économique, GIE, réunissant Euroclear France et les SVT joue le rôle de mandataire de l'État pour la gestion des opérations de démembrement et de remembrement :

- Initialement, une OAT pouvait être démembrée en un certificat de principal, le CP, représentant le flux de remboursement du principal à la date d'échéance, et un ensemble de certificats d'intérêt, les CI, représentant les flux de paiement des intérêts non échus et ayant des dates d'échéance correspondant aux dates de paiements des coupons de l'OAT d'origine. La valeur nominale des CP était de 1€ et celle des CI, de 0,25€. Seuls les CI issus d'OAT différentes étaient fongibles entre eux dès lors qu'ils étaient payés à une même échéance. En revanche, les CP issus de souches différentes mais payés à une même échéance n'étaient pas fongibles.
- A l'usage, ce dispositif s'est révélé imparfait car le marché portait essentiellement sur les CP. Les CI, souffrant d'une moindre liquidité, se traitaient à des rendements plus élevés que les CP de même échéance.
- Fin 2009, l'AFT a autorisé la mise en place de nouvelles règles de démembrement et de remembrement des OAT à taux fixe. Ce nouveau dispositif instaure un type de certificat unique sans distinction du principal et des intérêts : les « certificats zéro coupon fongibles ». Une OAT, lorsqu'elle est démembrée, est désormais découpée en un ensemble de ces certificats, de même valeur nominale, 0,01€, mais d'échéance différente, calqués sur les flux financiers attachés à l'OAT d'origine. Tous les certificats de même échéance sont fongibles entre eux. Ils peuvent également être réassemblés afin de reconstituer, soit l'OAT d'origine, soit une OAT synthétique, composée de certificats provenant de différentes émissions d'OAT, à la condition que les caractéristiques financières de cette OAT synthétique soient identiques à celles des OAT d'origine. Ces nouvelles règles de démembrement et de remembrement sont opérationnelles depuis novembre 2009⁵⁷.
- Tout SVT peut demander au GIE le démembrement ou le remembrement d'une OAT, ces opérations d'arbitrage permettant d'assurer la liquidité de ces instruments, en empêchant le prix des différents certificats de diverger trop fortement par rapport à celui de leur OAT d'origine.

⁵⁶ Nous détaillons plus en détail au paragraphe 2.2.9.9 du présent chapitre les raisons pour lesquelles les souverains n'émettent généralement pas en direct de zéro coupons.

⁵⁷ Les Certificats d'Intérêt et de Principal émis avant cette date peuvent continuer à exister : tout détenteur de CI ou de CP a le choix, soit de les conserver en portefeuille, soit de les convertir, à partir du 23 novembre 2009 auprès d'Euroclear, en certificats zéro coupons fongibles de même maturité.

- Le graphique ci-dessous montre, en avril 2010, la répartition des flux de principal et de coupons sur les échéances avril et octobre.



2.2.9.5. Cotation et valorisation des STRIPS

Les SVT jouent le rôle de teneurs de marché sur les valeurs démembrées. Les certificats d'OAT sont négociables sur la base d'un taux actuariel exprimé en pourcentage composé annuellement sur 365 ou 366 jours, Exact/Exact. Le prix est arrondi à la quatrième décimale en pourcentage du nominal.

- Les conventions du marché obligataire en euro adoptées par les différentes associations en 1998 stipulent que les STRIPS doivent être cotés en taux, en base Exact/Exact.
- La formule suivante s'applique au calcul du prix net à payer en pourcentage d'un STRIPS, par définition il n'y a pas de coupon couru, en date de règlement J+3 et avec un taux actuariel composé annuellement:

$$P_{Net} = 100 / (1 + y_a)^{L_{ia}} \quad (A.1.2.26)$$

Avec :

P_{Net}	: Prix net à la date de règlement-livraison exprimé en pourcentage
y_a	: Rendement actuariel composé annuellement
L_{ia}	: Durée en années entières et fraction d'année séparant la date de règlement-livraison de celle du ième flux de remboursement

2.2.9.6. Calcul du rendement actuariel des STRIPS à partir de leur prix de marché

Au paragraphe 2.2.7 du présent chapitre, le calcul du rendement d'un titre à taux fixe payant des coupons intermédiaires se faisait par résolution numérique, du fait de la relation non linéaire existant entre le prix d'une obligation et son rendement.

En revanche, pour un zéro coupon qui par définition ne comporte qu'un seul flux de remboursement égal au pair, son rendement actuariel peut être directement calculé à partir de la formule suivante :

$$y_a = \left(\frac{100}{P_{Net}} \right)^{(1/L_{ia})} - 1 \quad (A.1.2.27)$$

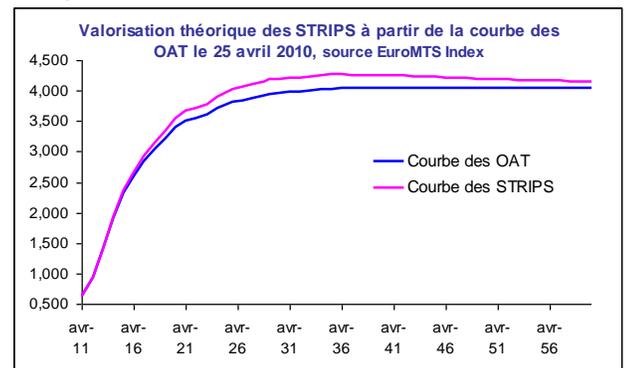
Avec :

y_a	: Rendement actuariel composé annuellement
P_{Net}	: Prix net à la date de règlement-livraison exprimé en pourcentage
L_{ia}	: Durée en années entières et fraction d'année séparant la date de règlement-livraison de celle du ième flux de remboursement

2.2.9.7. Valorisation des STRIPS à partir de la courbe des obligations couponnées

Cette valorisation se base sur la création d'une courbe d'emprunts d'Etat zéro coupon, selon la méthode décrite dans la seconde partie de ce document consacrée aux swaps de taux d'intérêt. Elle consiste à construire une courbe zéro coupon de proche en proche, selon la méthode dite du « *Bootstrapping* ».

A partir des taux à 1 an, qui sont assimilables à des zéro coupons, puisqu'ils ne paient qu'un seul flux de principal et d'intérêt, on peut déduire le taux du zéro coupon 2 ans, en strippant le coupon à 1 an de l'obligation 2 ans... et ainsi de suite. Le graphique ci-contre illustre une courbe de STRIPS construite à partir des rendements des OAT couponnées.



Comme on le voit, dans le cas d'une courbe d'OAT pentue, la courbe des zéro coupons offre un rendement supérieur à celui des OAT.

Toutefois, la construction d'une courbe zéro coupon à partir d'une courbe d'emprunts d'État n'est pas aussi simple que celle que l'on peut construire à partir des swaps de taux d'intérêt :

- Une courbe d'emprunts d'État n'offre pas quotidiennement de titres sur chaque pas annuel calendaire de la courbe de 1 à 30 ans. En outre cette courbe n'est pas une courbe de taux au pair : ainsi le prix des OAT payant un coupon le 25 avril utilisé dans la construction du calcul théorique des STRIPS s'étagait en juin 2010 de 98% à 150%, l'OAT 25 avril 2023 payant un coupon de 8,50%. Enfin la liquidité de certains titres varie en fonction de leur date d'émission, ainsi que du volume émis sur chaque titre.
- En revanche, la courbe des swaps de taux d'intérêt affiche chaque jour les cotations des swaps de taux d'intérêt par pas annuels calendaires, de 1 an à 30 ans et cette courbe est une courbe au pair, puisque tant que le swap n'a pas été contracté, le coupon de la jambe fixe du swap est égal à son rendement. En outre, à la condition de trouver une contrepartie, le montant de swap de taux d'intérêt qui peut être créé est théoriquement illimité.

- Cependant, grâce à la possibilité d'arbitrage qu'offrent les opérations de démembrement et remembrement, la valorisation par le marché des STRIPS d'OAT peut être considérée comme satisfaisante. La nouvelle procédure de démembrement mise en place en 2009 devrait contribuer à la liquidité de ces titres.

2.2.9.8. Indicateurs analytiques duration, sensibilité et convexité des STRIPS

Ces titres offrent aux investisseurs des caractéristiques de duration, sensibilité et convexité leur permettant de bénéficier d'un effet de levier supérieur à celui des OAT classiques, en matière de performance de leur portefeuille obligataire.

- La duration des STRIPS qui constituent des zéro coupons est, comme déjà indiqué au paragraphe 2.2.8.2 du présent chapitre, égale à leur durée, puisque la duration traduit la durée de vie moyenne des flux payés par le titre et que les zéro coupons ne paient qu'un seul flux.
- Et comme le montre le tableau ci-dessous, ces titres, du fait de leur forte duration, ont, avec un taux de rendement par exemple identique de 4%, des caractéristiques de sensibilité et de surtout de convexité bien supérieure à celles d'une OAT payant un coupon de 4% émise au pair, quelles que soient leurs échéances. Ainsi, un STRIPS à 50 ans a une sensibilité plus de 2,23 fois supérieure à celle d'une OAT de même échéance et la convexité de ce STRIPS est près de 3,5 fois supérieure à celle de l'OAT. Ces caractéristiques peuvent être exploitées par les investisseurs pour accroître la convexité de leurs actifs. Ils s'exposent cependant à des risques très élevés, en cas de changement de la pente de la courbe.

Échéance, duration, sensibilité et convexité d'obligations payant un coupon de 4% cotées au pair

Échéance (années)	5	7	10	15	20	30	40	50
Duration	4,6	6,2	8,4	11,6	14,1	18,0	20,6	22,3
Sensibilité	4,5	6,0	8,1	11,1	13,6	17,3	19,8	21,5
Convexité	25	43	81	155	241	420	589	736

Échéance, duration, sensibilité et convexité d'obligations payant un zéro coupon cotées avec un rendement de 4%

Échéance (années)	5	7	10	15	20	30	40	50
Duration	5,0	7,0	10,0	15,0	20,0	30,0	40,0	50,0
Sensibilité	4,8	6,7	9,6	14,4	19,2	28,9	38,5	48,1
Convexité	28	52	102	222	388	860	1516	2538

2.2.9.9. Raisons pour lesquelles les souverains n'émettent pas de zéro coupons

Ce paragraphe a principalement pour objet d'illustrer comment certaines contraintes réglementaires, comptables ou techniques influent, de manière plus ou moins optimale, sur la structuration du marché obligataire.

Depuis le milieu des années 1990, plusieurs experts obligataires ont tenté de convaincre les principaux émetteurs souverains de n'émettre que des zéro coupons...

... cependant, ces émetteurs continuent à émettre des obligations couponnées.

Les avantages théoriques de limiter les émissions des souverains à des zéro coupons seraient multiples :

- Une émission couponnée est datée, son coupon ayant été fixé en fonction des conditions de marché prévalant lors de la création de la souche, et plusieurs investisseurs ne peuvent pas investir dans des titres dont le prix de marché est sensiblement supérieur au pair. Or l'AFT par exemple, a émis des OAT à 50 ans et il est vraisemblable que le rendement de marché et, en conséquence, le prix de ces titres enregistrent dans le futur de fortes amplitudes, du fait de l'évolution des cycles économiques et de la très forte duration de ces OAT.
- A l'inverse, le prix de marché d'un zéro coupon est, en principe, toujours cohérent, pour un même émetteur et une même échéance, au prix de marché de l'ensemble de ses titres. De ce fait, tant qu'il n'est pas arrivé à échéance, un zéro coupon peut être constamment abondé au prix de marché.
- Un investisseur peut, à partir de zéro coupons d'un même émetteur, fabriquer synthétiquement les flux qui correspondent le mieux à ses besoins d'investissement.

En dépit de ces nombreux avantages, le niveau quasi inexistant d'émissions directes de zéro coupons par les émetteurs souverains correspond à une certaine inertie de l'environnement réglementaire, comptable ou technologique des marchés : les systèmes comptables utilisés, aussi bien par les émetteurs que les investisseurs pour les obligations, traitent généralement de manière différente les flux d'intérêt, d'une part, et ceux de principal, d'autre part. Les systèmes fiscaux également⁵⁸. De la même manière, les outils informatiques souvent très anciens et très lourds dans les banques à réseau, ne sont pas adaptés aux calculs de rendement actuariel permettant de traiter convenablement, comptablement et fiscalement, le revenu de ces titres.

2.3. Emissions à long terme des autres émetteurs souverains

Comme déjà indiqué, les souverains ayant participé à la création de l'euro utilisent des conventions de marché identiques et leur politique d'émission est très voisine. Le tableau ci-dessous qui rappelle les principales caractéristiques des émissions d'Emprunts d'État en euro, montre la forte similarité entre ces différentes émissions. Toutefois, tous ces émetteurs n'adoptent pas une politique d'émission identique. En outre, les emprunts italiens paient des coupons semestriels, quand les autres principaux émetteurs paient des coupons annuels.

⁵⁸ Les zéro coupons trouvent d'ailleurs leur origine dans la fiscalité peu sophistiquée qui était pratiquée autrefois dans certains pays, où seuls les coupons étaient imposables.

Principales caractéristiques des émissions souveraines en euros

	Allemagne	Autriche	Belgique	Espagne	Finlande	France	Grèce	Irlande	Italie	Pays Bas	Portugal
Périodicité des coupons	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Semestrielle	Annuelle	Annuelle
Dates habituellement utilisées pour les Strips	4 janvier 4 juillet	15 janvier 15 juillet	28-mars	31 janvier 31 juillet	Pas de Strips	25 avril 25 octobre	Différentes dates	Pas de Strips	1 février 1 août	15 janvier 15 juillet	Pas de Strips
Echéance maximale émise	30	30	30	30	15	50	30	15	30	30	30
Base de calcul des intérêts	Exact/ Exact	Exact/ Exact	Exact/ Exact	Exact/ Exact	Exact/ Exact	Exact/ Exact	Exact/ Exact	Exact/ Exact	Exact/ Exact	Exact/ Exact	Exact/ Exact
Composition du taux actuariel	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle	Annuelle
Adjudications	Mensuelle	Mensuelle	Mensuelle	Mensuelle	Mensuelle	Mensuelle	Mensuelle	Mensuelle	Mensuelle	Mensuelle	Mensuelle

2.3.1. Politique d'émission

Comme le montre le tableau ci-dessus, plusieurs souverains ont mis en place un programme de STRIPS, et, en fonction de leur implication dans ces programmes, cette stratégie peut être très structurante pour ces émetteurs. C'est notamment le cas de l'AFT qui n'émet que des titres longs à taux fixe sur des échéances 25 avril et 25 octobre, alors que d'autres émetteurs pratiquent un plus grand nombre d'échéances.

2.3.1.1. Emissions par adjudication en euro

Les principaux souverains émettent le plus souvent leurs emprunts par adjudications, selon leur propre procédure d'émissions domestiques. Ils ont le plus souvent recours à un groupe de Primary Dealers⁵⁹, à l'exception notable de l'Allemagne qui n'a pas officiellement défini sa relation contractuelle avec les banques pourtant nombreuses qui participent activement à ses adjudications.

2.3.1.2. Emission par syndication en euro

Depuis 2007 cependant, de plus en plus de souverains choisissent, lors de la création d'une nouvelle souche, une procédure de syndication leur permettant de mieux cibler la demande des investisseurs, surtout sur des échéances longues, ces titres étant généralement abondés par la suite par adjudications.

2.3.1.3. Emissions en d'autres devises que l'euro

Ce document ne traite spécifiquement que des émissions obligataires en euro, mais un minimum de connaissance de la politique d'émissions des émetteurs souverains de la zone euro en devises permet de mieux appréhender leur politique générale d'émission :

- Parmi les émetteurs souverains ayant participé à la création de l'euro, la Finlande, la France, l'Irlande, les Pays Bas⁶⁰ et le Portugal n'émettaient en mai 2010 que des titres obligataires libellés en euro, même si, par exemple, la France est autorisée par le parlement à émettre des obligations en devises.

⁵⁹ Les Primary Dealers sont l'équivalent international des Spécialistes en Valeurs du Trésor Français, SVT.

⁶⁰ Les Pays Bas émettent toutefois du *commercial paper* en euro et en devises.

- L'Allemagne n'avait émis, en mai 2010, que deux Bund en USD, USD 5 milliards 3,875% 1/06/2010, émis en 2005 et USD 4 milliards 1,5% 21/09/2012, émis en 2009.
- En revanche, l'Italie est un émetteur important en devises, principalement en USD. Au 31 mars 2010, le site du Trésor italien répertorie 34 milliards de dollars d'émissions d'une durée de 3 à 30 ans, à l'émission. Ces émissions en USD prennent généralement la forme d'une émission Globale, *Global Bond*, et s'adressent principalement aux investisseurs américains. En 2010, la République d'Italie a créé un groupe de dealers sur ce programme d'émissions globales. Le produit de ces émissions est converti en euro, à l'aide de swaps de taux d'intérêt et de devises⁶¹.

2.3.1.4. Emissions sous un programme EMTN

A coté de leurs emprunts d'État émis selon les procédures domestiques, certains émetteurs souverains procèdent à des émissions de titres internationaux, le plus souvent à partir de programmes d'émissions d'*Euro Medium Term Notes*, EMTN :

- L'Italie, en plus de son programme d'émissions globales en USD, est ainsi un émetteur fréquent sur le marché des EMTN structurés à destination des investisseurs européens et asiatiques.
- L'Autriche est également, depuis 1999, un important émetteur d'EMTN en euro. Elle a également mis en place un programme spécifique d'EMTN libellés en dollars australiens. Enfin, elle émet aussi de manière opportuniste en Rand sud africain, Livre turque, Couronne islandaise ou Real brésilien par exemple, le produit de ces émissions étant ensuite converti par des swaps de taux d'intérêt en euro.

$$FC\% = \frac{C\% * 100}{h} \quad (A.1.2.1)$$

2.3.1.5. En euro, les principaux souverains paient des coupons annuels

Avant le passage à l'euro, certaines associations, notamment l'ISDA, *International Swap and Derivative Association*⁶², plaidaient pour l'adoption par l'ensemble du marché obligataire en euro de coupons semestriels, à l'image de ce qui se pratique en USD, GBP ou JPY sur les emprunts d'État.

Le marché des dérivés en euro avait en effet décidé d'adopter une périodicité semestrielle pour les paiements des intérêts sur les jambes fixes et flottant des swaps de taux d'intérêt et l'adoption d'une convention identique sur les obligations aurait permis de limiter le risque de contrepartie des émissions swappées.

⁶¹http://www.dt.tesoro.it/export/sites/sitodt/modules/documenti_en/debito_publico/statistiche/Foreign_Debt_before_swap_31-03-2010.pdf

⁶²<http://www.isda.org/>

Les émetteurs souverains concernés, qui pour la plupart émettaient des titres payant des coupons annuels n'ont cependant pas voulu adopter cette convention :

- D'une part la multiplication des coupons aurait augmenté les frais de *back office* de l'ensemble des acteurs de marché,
- D'autre part, plusieurs souverains émettent de nouveaux benchmark à taux fixe tous les 6 mois, le 25 avril et le 25 octobre par exemple pour les OAT, ce qui revient à offrir aux investisseurs qui le souhaitent des coupons semestriels, sans générer des coûts additionnels.

2.3.1.6. Coupons semestriels des emprunts d'État italiens à taux fixe

Seule, parmi les souverains ayant participé à la création de l'euro, l'Italie émet des obligations à taux fixe payant un coupon semestriel. Comme cela est l'usage dans les pays adoptant un coupon semestriel, le coupon plein en pourcentage exprimé en taux facial annuel est divisé par 2, puisque deux paiements de coupons interviendront dans l'année, selon la formule générique ci-dessous de calcul du coupon plein qui est décrite au paragraphe 2.2.2.2 du présent chapitre.

$$FC_{\%} = \frac{C\% * 100}{h} \quad (A.1.2.1)$$

Cependant, alors que sur le marché américain ou anglais des emprunts d'État, le rendement actuariel est exprimé en taux semestriel, celui des emprunts d'État italiens affiche un rendement actuariel composé annuellement, ce qui facilite la comparaison avec les rendements annuels des autres emprunts d'État en euro. Et l'équation (A.2.2.9) déjà décrite au paragraphe 2.2.3.4 du présent chapitre, pour le calcul du prix des emprunts payant des coupons annuels s'applique également aux emprunts d'État italiens payant un coupon semestriel, dès lors que leur taux d'actualisation est composé annuellement.

$$P_{Gross} = \frac{FC_{\%1}}{(1+y_a)^{L1}} + \frac{FC_{\%2}}{(1+y_a)^{L2}} + \frac{FC_{\%3}}{(1+y_a)^{L3}} + \dots + \frac{FC_{\%n} + 100}{(1+y_a)^{Ln}} \quad (A.1.2.9)$$

Dans le cas d'un coupon semestriel et avec un taux d'actualisation annuel, méthode d'actualisation des BTP, Bons du Trésor Italiens, le calcul du prix brut d'une obligation payant un coupon de 3.75% sur une échéance 25/10/2019, s'effectue de la manière suivante :

$$P_{Gross} = \frac{1.875}{1.0338^{0.55}} + \frac{1.875}{1.0338^{1.05}} + \frac{1.875}{1.0338^{1.55}} + \dots + \frac{1.875 + 100}{1.0338^{9.55}} \quad (A.1.2.11)$$

3. Emissions à long terme des émetteurs non souverains

3.1. Description des émissions non souveraines

L'appellation « émetteurs non souverains » regroupe une très grande variété d'émetteurs, depuis les émetteurs supranationaux comme la Banque Européenne d'Investissement, BEI, ou la Banque Publique Allemande KfW, d'un côté et des émetteurs peu fréquents, comme par exemple, pour citer des émissions d'entreprises non financières françaises, Christian Dior, Rallye ou Havas.

3.1.1. Classification de marché des émetteurs non souverains

Ce document ne vise pas à passer en revue d'une manière exhaustive ces différents émetteurs, mais il décrit d'une part comment la politique d'émission de certains de ces émetteurs se différencie de celle des émetteurs souverains, et présente d'autre part quelques structures d'émissions spécifiques de ces émetteurs non souverains, par exemple, les obligations sécurisées, les emprunts subordonnés et les émissions perpétuelles. La structure d'emprunts de ces émetteurs étant généralement moins standardisée que celle des émetteurs souverains, leurs émissions présentent assez souvent des coupons atypiques, des coupons dont la périodicité ne correspond pas à celle des autres coupons payés par le titre, et ce paragraphe rappelle la normalisation de ces coupons atypiques.

Outre la catégorie des obligations souveraines (cf. paragraphe 2 de ce chapitre), il est d'usage de classer les émissions obligataires non souveraines par catégories d'émetteurs :

3.1.1.1. Les émetteurs supranationaux, agences gouvernementales et collectivités locales

Cette catégorie regroupe des émetteurs publics qui peuvent être subdivisés en 3 sous-catégories :

- Les émetteurs supranationaux comme par exemple : la Banque Européenne d'Investissement, BEI, la Banque Mondiale, la Banque Africaine de Développement...
- Les agences gouvernementales : la Banque publique allemande KW, la Caisse d'Amortissement de la Dette Sociale, CADES, Instituto de Crédito Oficial, ICO, en Espagne...
- Les collectivités locales, régions, départements, municipalités...

3.1.1.2. Les émetteurs financiers

Cette catégorie comprend d'une part les établissements de crédit et d'autre part les compagnies d'assurances.

3.1.1.3. Les émetteurs non financiers qualifiés de corporate

Au sein de cette catégorie on retrouve des entreprises non financières exerçant une activité industrielle ou commerciale.

3.1.2. Cadre juridique des émissions non souveraines

Ce document évoque succinctement les principales caractéristiques juridiques des instruments de taux d'intérêt émis par les principaux emprunteurs de la zone euro.

D'une manière générale, les prêts/ emprunts dérivent en Europe de principes juridiques communs datant de plusieurs centaines d'années. Au fil du temps, ces principes juridiques ont soit été codifiés dans les pays de droit écrit, comme en France, soit ne l'ont pas été, comme en Grande Bretagne. Le régime juridique des obligations repose en France sur différents articles du Code du Commerce et plus encore aujourd'hui du Code monétaire et financier assurant la sécurité de l'offre d'obligation au public. De nombreux pays européens connaissent une législation similaire ne serait-ce que parce que les législations nationales sont, en ce qui concerne les prospectus d'émission, largement issues de directives européennes.

3.1.2.1. Prospectus

Les émissions obligataires des émetteurs non souverains font l'objet d'un prospectus et, avec l'internationalisation des marchés, la documentation individuelle de chacune des émissions dites « *stand alone* » devient de plus en plus lourde, car il s'agit à chaque fois de documenter la situation financière de l'émetteur, à partir de ses derniers bilans, ainsi que les caractéristiques financières de chacune des émissions.

Afin de simplifier leurs émissions de titres obligataires, les émetteurs internationaux fréquents recourent également à des programmes d'émission de titres à court terme, *Euro Commercial Paper*, et à long terme, *Euro Medium Term Notes*, permettant de simplifier la documentation juridique des émissions lancées à partir de ces programmes⁶³ :

- La documentation générale du programme, en principe actualisée une fois par an, décrit d'un côté l'émetteur du programme d'émission et d'un autre côté les caractéristiques de chacune des émissions qui sont considérées comme un addendum à ce programme d'émission, sans avoir à redéfinir, à chaque émission, la situation financière de l'émetteur.
- Les caractéristiques financières des émissions réalisées à partir de ces programmes sont en principe identiques à celles des émissions dites « *stand alone* ».

⁶³ A titre d'exemple le prospectus EMTN de base d'EDF daté d'avril 2010 peut être consulté à l'adresse suivante : http://finance.edf.com/fichiers/fckeditor/Commun/Finance/Investisseurs/Annee/2010/EDF2010-Prospectus_va.pdf

En revanche, en dépit des avantages de coûts juridiques que présentent ces émissions pour les émetteurs, il peut encore arriver que certaines réglementations domestiques applicables aux investisseurs n'aient pas pris en compte cette évolution juridique des titres de créances. En conséquence, certains investisseurs, notamment en France des caisses de retraites ou de petites compagnies d'assurances refusaient encore en 2009 d'investir dans de tels titres. Toutefois, les changements décrits au paragraphe 1.1.1.3 du présent volume harmonisant le régime des obligations françaises avec celui des titres équivalents émis sous un droit étranger devraient faciliter l'acceptation des EMTN par ces investisseurs.

3.1.2.2. Transposition de la Directive Prospectus en France

La France a transposé la Directive Prospectus dès 2005 et, faisant œuvre pédagogique, l'AMF a publié en septembre 2009, un guide relatif à l'élaboration des prospectus obligataires et aux modalités pratiques d'obtention d'un visa, sur le marché français. Ce document est disponible à l'adresse suivante : http://www.amf-france.org/documents/general/9090_1.pdf

3.1.3. Politique d'émission des émetteurs non souverains

Comparées aux Emprunts d'État, les émissions des émetteurs non souverains, quelle que soit la taille de leurs programmes, ne sont pas aussi standardisées.

3.1.3.1. Politique des principaux émetteurs non souverains

Certains émetteurs, à l'instar de la Banque Européenne d'Investissements, BEI, qui est l'institution de prêts à long terme de l'Union Européenne, ont des programmes d'émissions annuels supérieurs à ceux de nombreux souverains de la zone euro. Ainsi, en 2009, la BEI a collecté au total 80 milliards d'EUR sur les marchés des capitaux, sous forme d'obligations ou de prêts, se classant au 5^{ème} rang des émetteurs souverains et supranationaux de la zone euro.

3.1.3.2. Exemple de la politique d'émission de la BEI

Cette section est extraite du rapport annuel de la BEI : en 2008, la BEI a émis 59,5 milliards d'euros sur le seul marché obligataire :

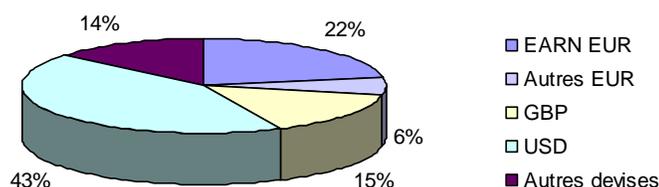
- Le programme d'émissions en euro s'est élevé à 16,8 milliards dont 78% de titres de référence EARN⁶⁴, *Euro Area Reference Notes*.

⁶⁴ En 1999, la BEI a lancé un programme d'émission de titres de référence en euro baptisé EARN. Par cette initiative, la BEI vise, notamment, à établir ses obligations comme une référence complémentaire, voire concurrente, à celles fournies par les souches des grands États européens.

La BEI s'efforce d'offrir aux investisseurs une liquidité appréciable sur ses titres EARN ainsi qu'une visibilité à moyen terme sur ses appels au marché. Les émissions nouvelles doivent, en effet, présenter une taille minimale importante et peuvent être augmentées par des procédures d'assimilation effectuées régulièrement jusqu'à atteindre une taille de quelque 5 milliards d'euros. La tenue de marché des titres, encadrée par un cahier des charges strict, est assurée par un syndicat de direction composé de spécialistes de premier rang, ou Primary Dealers, qui détiennent le monopole des émissions, complété par un syndicat de placement.

- Le dollar US et la Livre Sterling représentent plus de la moitié du total des émissions.
- En dehors de ces 3 devises, la BEI a lancé « au total, 113 émissions en 2008 dans 19 monnaies autres que les trois monnaies principales, pour un volume équivalant à 8,3 milliards d'EUR... en dollar australien, yen japonais et franc suisse ». En outre la BEI a lancé des **émissions synthétiques** en real brésilien (BRL), rupiah indonésienne (IDR), peso philippin (PHP) et kwacha zambien (ZMK)⁶⁵.

Emissions obligataires de la BEI en 2008



3.1.4. Caractéristiques financières des émissions non souveraines en euro

En principe, ces émissions à taux fixe utilisent les mêmes conventions de marché que celles des obligations souveraines, la plupart payant des coupons annuels, et les formules de calcul décrites dans les précédents paragraphes pour les emprunts souverains s'appliquent également à ces émissions.

3.2. Caractéristiques de certaines catégories d'émissions obligataires en euro

Ce paragraphe développe succinctement les caractéristiques de certaines émissions obligataires en euro, telles qu'elles sont aujourd'hui pratiquées, par exemple les *Covered Bonds* ou les emprunts subordonnés, ou telles qu'elles l'ont été dans le passé, comme les émissions amortissables, même si ces dernières émissions sont aujourd'hui moins usitées sur le marché de l'euro.

3.2.1. Le marché européen des *Covered Bonds*, CB, ou obligations collatéralisées

Les *Covered Bonds* sont des obligations garanties par un portefeuille dédié d'actifs sous-jacents permettant d'offrir à leurs porteurs une sécurité supérieure à celle d'un titre obligataire classique d'un même émetteur.

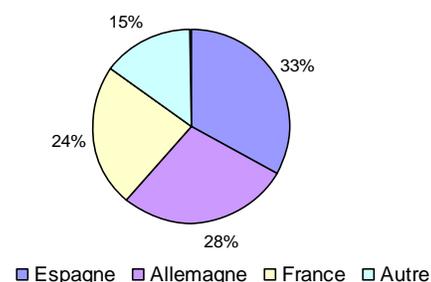
⁶⁵ La BEI indique avoir « toujours contribué au développement des marchés des capitaux dans les monnaies des nouveaux et des futurs Etats membres ainsi que dans celles d'un certain nombre de pays partenaires de l'UE, où les émissions en monnaie locale lui permettent également de développer ses activités de prêt ».

3.2.1.1. Présentation du marché des CB européens

Ce document décrit brièvement le marché des Covered Bonds européens. Une analyse plus détaillée figure par ailleurs sur le site du CNO à l'adresse suivante : <http://cnofrance.org/spip.php?article47>

Le graphique ci-contre détaille, selon les données de la Banque de France, le marché des Covered Bonds à l'intérieur de la zone euro. Au 30 juin 2010, il totalisait environ 950 milliards d'euros, étant principalement concentré autour de trois composantes domestiques, l'Espagne, l'Allemagne et la France.

Marché des covered bonds en juin 2010



3.2.1.2. Principaux régimes juridiques européens

Au plan formel, les CB sont répartis en deux catégories : d'une part, ceux qui respectent les critères des directives OPCVM (article 22.4 de la Directive UCITS) et d'autre part, ceux qui ne respectent pas ces critères :

- **Les Obligations Foncières, les Pfandbriefe et les Cédulas/Multi-Cédulas** respectent la directive UCITS. Toutefois ces trois catégories de titres présentent quelques différences qui sont détaillées sur le site du CNO précité. Les critères de la directive UCITS portent sur trois points :
 - l'émetteur doit être un établissement de crédit ayant son siège dans un État membre de l'UE,
 - il est soumis à une supervision légale et spécifique,
 - le porteur est protégé par la présence d'un pool d'actifs sous-jacents sur lequel il dispose d'un recours prioritaire en cas de défaut de l'émetteur ou de la banque sponsor.
- **Les Covered Bonds dits Contractuels ou Structurés** ne sont pas soumis à une supervision spécifique destinée à protéger les porteurs de parts et ne sont donc pas conformes aux critères UCITS. Les Covered Bonds contractuels sont généralement émis par des établissements de crédit, c'est le cas systématiquement pour les émissions des banques françaises, et font ainsi l'objet d'une supervision bancaire de nature générale. Le dispositif d'émission vise à protéger dans le cas des émissions dirigées par des banques françaises les porteurs de parts contre les conséquences d'un défaut de la banque sponsor ou de l'émetteur.

Les Pfandbriefe et les Obligations Foncières acceptent un spectre d'actifs sous-jacents beaucoup plus large que les Covered Bonds Structurés français ou les Cédulas qui ne peuvent être composés que de prêts immobiliers. En revanche, La *LTV, Loan to Value*, maximale acceptée est plus faible dans les Pfandbriefe, 60%, que dans les autres régimes (80%).

En Allemagne, le marché des CB est composé essentiellement de Pfandbriefe et le marché espagnol de Cédulas/Multi-Cédulas.

Sur le marché français des Covered Bonds, trois régimes coexistent :

- Le régime spécifique de la Caisse de refinancement à l'habitat, la CRH, créée par la loi du 11/07/1985 qui est un établissement de crédit spécialisé,

- Les Obligations foncières, loi de 1999 créant les Sociétés de Crédit Foncier- SCF.
- Et les Covered Bonds dits contractuels ou structurés, émis depuis 2006 en dehors du cadre réglementaire des SCF.

Évolution juridique des Covered Bonds contractuels français : alors que depuis leur création en 2006, les Covered Bonds Structurés français ne sont régis par aucune loi spécifique et ne sont pas supervisés spécifiquement au niveau national, un projet de loi, en cours de discussion durant l'été 2010, prévoit leur assujettissement aux critères UCITS. Ce projet prévoit également d'aligner les exigences de liquidité imposées à tous les Covered Bonds français, contractuels et obligations foncières, sur celles nouvellement imposées aux Pfandbriefe, sur-collatéralisation légale de 2% et couverture du besoin de liquidité en permanence sur 180 jours glissants.

3.2.1.3. Caractéristiques financières des émissions sécurisées, Covered Bonds

Comme pour les émissions à taux fixe des émetteurs non souverains, les obligations sécurisées suivent en principe les mêmes conventions de marché que celles des obligations souveraines, la plupart payant des coupons annuels et les formules de calcul décrites ci-dessus pour les souverains s'appliquent également à ces émissions.

3.2.2. Émissions subordonnées

Là également le CNO présente de manière succincte les titres subordonnés. Le régime juridique et les caractéristiques financières de ces titres devraient sensiblement évoluer au cours des prochains mois pour les nouvelles émissions. Le CNO se borne à passer en revue les flux contractuels d'obligations déjà émises afin de sensibiliser les investisseurs sur les risques financiers spécifiques qu'ils peuvent encourir sur ces titres.

3.2.2.1. Définition

Une dette est subordonnée si, en cas de la liquidation de l'émetteur, elle n'est remboursée à ses investisseurs:

- Qu'après complet remboursement des créanciers seniors, créanciers de premier rang,
- Mais avant les actionnaires de l'emprunteur.

En conséquence, le profil de risque pour les investisseurs subordonnés est plus élevé que celui de la dette senior.

Pour l'émetteur, les émissions subordonnées présentent l'avantage d'être, sous certaines conditions, plus ou moins assimilées à des quasis fonds propres, ce qui améliore le profil de risque des investisseurs investissant dans la dette senior de l'émetteur :

- Le principe de la subordination de dette est ancien, en France, il a été utilisé, par exemple, par les Titres Participatifs⁶⁶ créés dans les années 1980, pour des entreprises qui, étant à l'époque nationalisées, ne pouvaient pas émettre des actions ordinaires.
- Il a toutefois connu au cours des dernières années un développement considérable avec, d'une part, la mise en place des ratios européens et internationaux de solvabilité pour les banques, et, d'autre part, les opérations de titrisation.

3.2.2.2. La création de différents niveaux de subordination supplémentaires

Au cours des dernières années, le marché des obligations subordonnées a multiplié la création de niveaux intermédiaires de subordination. Le tableau suivant répertorie succinctement différents types d'emprunts subordonnés bancaires, en les classant par ordre décroissant de subordination.

Ces titres se différencient par des clauses juridiques spécifiques de subordination résultant de leur contrat :

- En outre, les caractéristiques juridiques de ces titres varient selon les régimes juridiques nationaux.

Et ces régimes juridiques sont appelés, en ce qui concerne les banques, à évoluer suite aux aménagements intervenus (ou à intervenir) depuis le début de la crise financière.

Exemples de différents niveaux de subordination intercalés entre actions ordinaires et obligations senior

Banque européenne	Subordination des intérêts	Suspension des intérêts	Intérêts cumulatifs	Absorption de pertes	Conversion obligatoire en actions
Actions ordinaires	Oui	Oui	Non	Oui	Oui
Actions de préférence	Oui	Oui	Non	Oui	Oui
Preferred Securities	Oui	Oui	Variable	Variable	Non
Sub Upper Tier 2	Oui	Oui	Oui	Non	Non
Sub lower Tier 2	Non	Non	Oui	Non	Non
Dette senior	Non	Non	Oui	Non	Non

⁶⁶ Titre participatif : titre intermédiaire entre l'obligation et l'action ayant un caractère de rente perpétuelle émis sur le marché français dans les années 1980. Leurs coupons comprennent une part, au maximum à 40 % du montant nominal, variable dépendant des résultats de l'entreprise. Selon la réglementation de l'époque, ces titres participatifs étaient assimilables à des quasi-fonds propres pour l'émetteur, et le porteur bénéficiait du régime fiscal des obligations. Ces titres ne donnent aucun droit de propriété sur l'entreprise, mais un droit de remboursement en cas de liquidation. Il peut y avoir une clause de remboursement anticipé au gré de l'émetteur, au minimum 7 ans après l'émission. Le risque du porteur est mixte entre risque de taux et risque action.

Certains de ces titres perpétuels qui ne comportent pas de clause de remboursement anticipé subsistent encore sur le marché. Comme leur coupon n'est pas pré-déterminable, ces titres sont cotés en montant brut en euro par coupure unitaire, cette cotation intégrant l'estimation par le marché du coupon couru.

3.2.2.3. Impact sur les flux de ces emprunts de certaines clauses de subordination

Les clauses de subordination peuvent venir modifier les flux financiers futurs payés par ces titres et certaines de ces clauses sont rapidement évoquées ci-dessous dans le cas d'émissions bancaires⁶⁷.

Le CNO n'a pas vocation à analyser ces différentes clauses juridiques. En revanche, il invite fortement les investisseurs à procéder à l'étude détaillée des contrats d'émission avant d'investir dans ces titres.

De plus, certaines de ces émissions ne garantissant pas un prix de remboursement fixe ou minimum à l'échéance ne correspondent pas aux critères définis par le CNO des titres à revenu fixe décrits au paragraphe 1.4 du présent chapitre. En conséquence, ces titres peuvent ne pas correspondre aux critères d'investissements de certains acteurs du marché.

3.2.3. Emissions perpétuelles

3.2.3.1. Définition

Un emprunt est perpétuel ou à durée indéterminée, si son contrat d'émission ne prévoit aucune date d'échéance. Il ne comporte en conséquence aucun flux de remboursement. La présence de clauses optionnelles de remboursement anticipé, au gré de l'émetteur et/ ou du porteur, ne modifie pas, en principe, le caractère perpétuel de l'emprunt⁶⁸. Relèvent par exemple de cette catégorie les rentes perpétuelles, les rentes viagères, dont le paiement des intérêts est conditionné par la survie du porteur,

-
- ⁶⁷ Selon les différents régimes juridiques, les coupons des titres subordonnés, sont également subordonnés, ou au contraire seniors, dans ce dernier cas, seul le principal de ces titres est subordonné. Cette structure de subordination du seul principal se retrouve, par exemple, pour les coupons des emprunts français amortissables appartenant à la catégorie *Lower Tier 2*.
 - Les émissions amortissables *Lower Tier 2* française sont pari passu, i.e. remboursées au même rang en cas de liquidation de l'emprunteur, avec les émissions perpétuelles Upper Tier 2. Cependant, dans la plupart des autres pays, les émissions *Lower Tier 2* sont seniors par rapport aux émissions Upper Tier 2.
 - Les coupons de certaines émissions les plus subordonnées peuvent être suspendus, si l'émetteur ne respecte pas certains ratios réglementaires ou ne paie pas de dividende sur ses actions ordinaires, par exemple. Selon les contrats, les coupons suspendus peuvent être cumulatifs ou non-cumulatifs. Dans le premier cas, ils seront payés si, par exemple, l'émetteur reprend le paiement de son dividende. Dans le second cas ils sont perdus.
 - Les émissions perpétuelles comportent généralement une clause de remboursement anticipé au gré de l'émetteur, après une certaine durée, par exemple 10 ans. Toutefois, le régulateur peut interdire à l'émetteur ce remboursement anticipé, si ce dernier ne respecte pas certains ratios.
 - Les émissions les plus subordonnées comportent une clause d'absorption de pertes permettant à un émetteur ne respectant pas certains ratios de continuer son exploitation. Si l'émetteur est par la suite mis en liquidation, selon certains contrats, l'investisseur pourra produire l'intégralité de sa créance, telle qu'elle avait été contractuellement définie avant l'exercice de la clause d'absorption, alors que selon d'autres contrats, l'investisseur ne pourra produire que sa créance résiduelle éventuelle, après absorption des pertes.
 - Enfin, depuis 2009, certaines émissions obligataires subordonnées peuvent être obligatoirement converties en actions, dans le cas de non-respect de certains ratios par l'émetteur. Ces émissions sont appelées « *Compulsory Convertible Bonds* ».

⁶⁸ Toutefois, dans le cas d'émissions subordonnées perpétuelles, les régulateurs ne considèrent pas comme des quasis fonds propres, les emprunts perpétuels comportant un put, i.e. remboursables au gré du porteur.

ou les Titres Subordonnés perpétuels, ces derniers comportant souvent une clause optionnelle de remboursement au gré de l'émetteur.

3.2.3.2. Calculs du prix et du rendement d'une émission perpétuelle

- Dans le cas où le taux d'actualisation d'un emprunt perpétuel est égal au taux de son coupon facial, le prix du titre est coté au pair, 100%, à chaque détachement de coupon. Dans ce cas en effet, le prix brut du titre, i.e. coupon couru inclus, est égal à son prix net, i.e. coupon couru exclu, puisqu'il n'y a pas de coupon couru, et le rendement du titre correspond à la formule suivante :

$$y_a = \frac{FC\%}{P_{Net}} \quad (A.1.3.1)$$

Avec :

P_{net}	: Prix net à la date de règlement-livraison exprimé en pourcentage
$FC\%$: Coupon plein en pourcentage
y_a	: Rendement actuariel composé annuellement

Exemple de calcul du rendement d'une émission perpétuelle à la date de détachement du coupon :

Une émission perpétuelle paie annuellement un coupon de 3%, le 20 juillet.

En date de règlement-livraison le titre cote : 80%,

Son rendement est égal à 3%/0,8 : 3,75%

- En dehors des dates de détachement de coupon, le rendement des titres perpétuels sera légèrement affecté par la dichotomie déjà évoquée au paragraphe 2.2.2.6 du présent chapitre, sur le calcul du prix d'une obligation : le calcul d'actualisation des flux futurs du titre coupon couru inclus est calculé en intérêts composés, alors que le coupon couru utilisé pour le calcul du prix net est effectué en intérêts simples.

3.2.4. Emissions comportant des clauses de remboursement anticipé

3.2.4.1. Définition

Un emprunt est amortissable par anticipation, si son contrat d'émission contient une clause optionnelle de remboursement anticipé à une ou plusieurs dates d'exercice au gré de l'émetteur, call émetteur, et/ou au gré de l'investisseur, put investisseur. Le plus souvent, l'exercice de cette option correspond à un call, l'émetteur pouvant rembourser son titre par anticipation à partir d'une certaine date. Ces options sont souvent associées à des émissions perpétuelles. Elles adoptent principalement deux types de structures :

- La structure Fixe/ Flotteur : ces émissions paient généralement un taux fixe jusqu'à la première date d'exercice du call émetteur, par exemple 10 ans, et ensuite un taux flottant, par exemple l'Euribor 3 mois majoré d'une marge qui a été contractuellement prédéterminée au lancement de l'émission :

- Cette structure présente l'avantage de ne pas exposer l'investisseur à une variation de l'environnement macro-économique des taux d'intérêt après la date de call, si l'émetteur n'exerce pas son option de remboursement anticipé : comme indiqué au chapitre traitant des taux variables, le prix d'une émission à taux flottant doit théoriquement revenir au pair, à chaque date de fixation du taux d'une nouvelle période d'intérêt, si la valorisation du risque de crédit sur l'émetteur demeure inchangée.
- En revanche, l'investisseur reste exposé à une aggravation du risque de crédit que l'investisseur porte sur l'émetteur, puisque ce dernier n'aura pas intérêt, même si l'environnement macro-économique n'a pas changé, à rembourser le titre par anticipation, si la qualité de sa signature s'est dégradée.
- La structure Fixe/ Fixe : ces émissions paient un taux fixe jusqu'à la première date d'exercice du call émetteur, par exemple 10 ans, et ensuite également un taux fixe, généralement identique à celui prévalant avant la date de call, selon les termes de leur contrat d'émission :
 - Avec une telle structure, et contrairement à la structure précédente, l'investisseur est exposé à une variation de l'environnement macro-économique des taux d'intérêt, après la date de call, car l'émetteur devrait rembourser par anticipation son titre à la date de call en cas de baisse générale des taux d'intérêt.
 - En revanche, l'investisseur, comme avec la structure Fixe/ Flotteur, reste exposé à une aggravation du risque de crédit de l'émetteur, puisque ce dernier n'aura pas intérêt, même si l'environnement macro-économique n'a pas changé, à rembourser le titre par anticipation, si la qualité de sa signature s'est dégradée.
- Les techniques de valorisation de ces titres recourent à des modèles optionnels spécifiques aux options sur l'environnement général des taux d'intérêt ou sur le risque de crédit sur l'émetteur qui ne sont pas développés dans ce document.
- En revanche, les formules actuarielles de calcul de prix et de taux de rendement définies pour les obligations ne comportant pas de clauses de remboursement anticipé peuvent être utilisées pour les calculs actuariels s'appliquant à ces titres, en fonction des différentes hypothèses sur leur durée de vie.

3.2.4.2. Hypothèses de durée de vie de titres remboursables par anticipation

Par définition, la durée de vie de ces titres ne peut être strictement définie à l'avance. Traditionnellement le marché faisait les hypothèses suivantes pour l'exercice de ces options :

- Dans le cas d'une émission « *callable* », remboursable à certaines dates au gré de l'émetteur, le marché assumait que si le prix du titre était supérieur au pair, l'émetteur le rembourserait à la prochaine date de call, afin de se refinancer à un meilleur coût.

- Et réciproquement, dans le cas d'une émission « *puttable* », remboursable à certaines dates au gré de l'investisseur, le marché faisait l'hypothèse que l'investisseur exercerait son option, à la prochaine date de put, dans le cas où le prix du titre était inférieur au pair, pour pouvoir réinvestir dans un titre offrant un meilleur rendement.

Cette approche traditionnelle doit, depuis la crise des marchés financiers, être tempérée : une grande partie des émissions « *callable* » sont émises par des banques sous forme d'emprunts subordonnés et ces dernières peuvent se voir interdire par leur régulateur l'exercice de ces options, comme cela a pu être le cas dans le courant de l'année 2009, pour certaines de ces émissions.

3.2.5. Emissions comportant un saut de rémunération, *Step Up*

Aujourd'hui, ce type d'émission concerne principalement les émissions subordonnées comportant, à partir d'une certaine date, une clause de remboursement anticipé au gré de l'émetteur qui utilisent la structure Fixe/ Flotteur. Si à la première date de call, l'émetteur ne rembourse pas le titre par anticipation, il devra payer un supplément de rémunération prévu au contrat qui s'appliquera à partir de cette première date de call. Ce supplément de rémunération sera contractuellement défini dans le cas d'une émission Fixe/ Flotteur, comme l'équivalent, en marge d'asset swap, du taux fixe appliqué avant la date de call auquel sera additionnée le saut contractuel de rémunération. Dans le cas des émissions bancaires subordonnées, le régulateur bancaire fixe généralement le maximum contractuel de saut additionnel de rémunération, applicable en cas de non exercice du call. L'existence d'un *step up* coïncidant avec une date de call contribue à rendre plus probable dans l'esprit de l'investisseur, l'exercice du call à la date prévue.

3.2.6. Emprunts amortissables selon un calendrier prédéterminé

3.2.6.1. Ces emprunts sont aujourd'hui surtout utilisés sur les crédits syndiqués

Alors que la plupart des émissions obligataires ne comportent généralement qu'un seul flux de remboursement de leur principal à l'échéance, certains emprunts dits amortissables, par exemple des crédits syndiqués, prévoient que le remboursement de leur principal sera réparti sur plusieurs échéances. Ainsi, le contrat d'émission d'un emprunt à 10 ans de 100 millions d'euros peut prévoir :

- Que son principal sera remboursé par des tranches annuelles de 10 millions d'euros
- Et que l'emprunteur versera chaque année le taux d'intérêt fixe prévu au contrat, sur le capital restant dû de l'emprunt.

Sur certains marchés obligataires domestiques, les émissions amortissables ont été relativement largement pratiquées, notamment aux Pays Bas ou en France. Depuis l'introduction de l'euro, les émissions obligataires amortissables sont de moins en moins utilisées. Cette relative désuétude peut s'expliquer principalement par deux raisons :

- D'une part, les marchés et surtout les systèmes de valorisation et de back office sont de plus en plus standardisés et le traitement d'opérations amortissables, au demeurant peu nombreuses complique ces systèmes,
- D'autre part, les émissions amortissables peuvent être analysées comme une suite d'émissions non amortissables lancées simultanément pour un même émetteur sur différentes échéances. D'ailleurs, très fréquemment aujourd'hui, un émetteur non financier qui ne veut pas, par exemple par souci de sa gestion de trésorerie, émettre une seule émission amortissable in fine, lance simultanément plusieurs tranches obligataires : ainsi, en septembre 2009, AREVA a lancé sa première émission obligataire d'un montant total de 2,250 milliards d'euros, comprenant une tranche de 1,250 milliard d'euros à 7 ans avec un coupon annuel de 3,875 % et une tranche de 1 milliard d'euros à 15 ans avec un coupon annuel de 4,875%. Cette technique permet à l'émetteur de lisser ses flux de remboursement, tout en offrant à l'investisseur des émissions standard qui se traitent aisément dans leurs systèmes.

3.2.6.2. Valorisation intuitive d'un emprunt amortissable

Un emprunt à 10 ans amortissable par tranches constantes de principal a, comme le montre le tableau ci-dessous, une durée moyenne de 5,5 ans. Et dans une première approximation, certains estiment que le taux d'intérêt d'un emprunt amortissable devrait être égal au rendement correspondant à sa durée moyenne :

- Selon cette estimation, avec la courbe de swap de taux d'intérêt du tableau ci-dessous, un emprunt à 5,5 ans de durée moyenne valorisé à Euribor sans marge devrait correspondre à un taux de 2,22% pour le swap 5,5 ans, calculé par interpolation linéaire des taux de swaps de taux d'intérêt 5 et 6 ans,

	A	B	C	D	E	F	G
2	Emprunt 100 millions remboursable en 10 annuités égales de principal						
3	La durée moyenne de cet emprunt est de 5,5 ans. Le taux du swap 5,5 ans est de 2,22%						
4		Courbe	Discount	Amortissement	Calcul zéro coupon		Calcul
5	An	swap spot	factor	annuel	Taux fixe	Valeur actuelle	intuitif
6		Durée moyenne			2,425%	87 852 312	2,442%
7	1	1,115	0,9890	10 000 000	24 252	9913713,844	1,115
8	2	1,305	0,9744	10 000 000	21 827	9765050,009	2,61
9	3	1,565	0,9543	10 000 000	19 401	9561897,111	4,695
10	4	1,835	0,9294	10 000 000	16 976	9309835,838	7,34
11	5	2,105	0,9001	10 000 000	14 551	9013818,277	10,525
12	6	2,335	0,8689	10 000 000	12 126	8699192,065	14,01
13	7	2,525	0,8371	10 000 000	9 701	8378714,243	17,675
14	8	2,685	0,8051	10 000 000	7 276	8057028,417	21,48
15	9	2,825	0,7731	10 000 000	4 850	7734900,703	25,425
16	10	2,945	0,7416	10 000 000	2 425	7418161,636	29,45

- Toutefois, un calcul actuariel précis basé sur une courbe de taux zéro coupon, construite à partir de la courbe des swaps de taux d'intérêt au pair figurant dans le tableau ci-dessus, évalue à 2,425% le taux actuariel de cet emprunt amortissable, soit un écart de rendement de plus de 20 bps par rapport à l'estimation basée sur la durée de vie moyenne de l'emprunt.

Sans recourir à la méthode de construction d'une courbe des taux zéro coupon, le marché des crédits amortissables avait, dès les années 70, adopté, une technique de valorisation intuitive simple et robuste des prêts amortissables par annuités constantes de leur principal. Le recours à cette méthode de calcul empirique se base sur le double constat suivant :

- D'une part, un emprunt amortissable à 10 ans peut être décomposé en 10 tranches non amortissables à taux fixe payant chacune le taux fixe du swap de taux d'intérêt correspondant à son échéance,
- Et d'autre part, sur les marchés de taux à long terme payant des intérêts annuels, le nombre de coupons fixes payés par un emprunt remboursé en une seule fois à l'échéance est égal à la durée en années du titre.

Exemple, en utilisant la courbe des swaps de taux d'intérêt figurant dans le tableau ci-dessus :

- Un emprunt à 1 an au taux de 1,115%, paie 1 fois son taux fixe, soit, en faisant un calcul d'intérêts simples jusqu'à l'échéance du titre, 1,115%, cf. colonne G,
- Un emprunt à 2 ans au taux de 1,305% paie 2 fois son taux fixe, soit en faisant un calcul d'intérêts simples jusqu'à l'échéance du titre, 2,61% ...
- ... Un emprunt à 10 ans paie 10 fois son taux fixe au taux de 2,945%, soit en faisant calcul d'intérêts simples jusqu'à l'échéance du titre, 29,45%

Ce calcul permet d'approcher le taux moyen de l'ensemble des dix tranches non amortissables de 10 millions chacune correspondant au profil d'un emprunt de 100 millions d'euros amortissable :

- La colonne G pondère le poids du taux de chacune des tranches non amortissables par leur nombre de paiements de coupons jusqu'à son échéance, cf. colonne A,
- La valeur approchée du taux de cet emprunt est égale à la somme des cellules de G7 à G16 divisée par la somme des années de A7 à A16.

Le résultat de ce calcul intuitif, 2,442%, est très voisin du taux de 2,425%, qui a été calculé dans ce fichier à partir de la méthode exacte correspondant à un calcul d'actualisation dans la courbe zéro coupon et beaucoup plus précis que celui associé à la durée de vie moyenne du titre.

3.3. Les coupons atypiques

3.3.1. Rappel des conventions du marché obligataire en euro

- Dans le cas d'un premier coupon anormalement court, la première période d'intérêt est censée débiter à une date qui aurait correspondu à celle d'une période d'intérêt normale. Et dans le cas d'un premier coupon long, la période d'intérêt est censée être divisée en deux quasis périodes normales d'intérêt.
- Le dernier coupon d'une obligation ne devrait pas être irrégulier. Cette règle permet une meilleure standardisation du marché obligataire. Une fois le premier coupon irrégulier payé, le titre perd son caractère atypique, ce qui ne serait pas le cas dans le cas d'un dernier coupon irrégulier.
- Cette règle a pour corollaire, qu'en cas d'émission sur un nombre non-entier d'années, la période atypique correspond au 1er coupon de l'emprunt et peut être soit inférieure à la périodicité des coupons suivants, soit supérieure à la périodicité des coupons suivants, donc inférieure ou supérieure à l'année, dans le cas d'une obligation payant par la suite des coupons annuels.

3.3.2. Définition des coupons atypiques

Dans la majeure partie des cas, toutes les périodes sur lesquelles courent les coupons d'un emprunt sont d'égale durée, le plus souvent l'année, mais également le semestre ou le trimestre et les coupons réguliers successifs doivent en principe être payés, en fonction de cette périodicité, le même jour du mois⁶⁹.

Un coupon est atypique si sa périodicité est différente de celle des autres périodes courantes de l'emprunt. Comme le recommandent les conventions de marché précitées, c'est en général le premier coupon d'un emprunt. La période atypique peut être, soit voisine de l'année, soit franchement plus petite, six ou neuf mois par exemple, soit enfin, nettement plus longue, dix-huit mois ou deux ans.

3.3.3. Raisons justifiant le choix de coupons atypiques

- Soit l'émetteur tient, pour faire coïncider ses flux de trésorerie, à se refinancer sur une date spécifique qui ne correspond pas à une durée entière d'année par exemple,
- Soit il désire procéder à l'abondement d'une de ses lignes existantes, permettant ainsi d'accroître la liquidité de cette ligne, tout en ne multipliant pas le nombre de ses emprunts.

⁶⁹ Ce problème se pose du fait du nombre de jours non égaux des différents mois, lorsqu'un coupon est payé à une date proche ou égale de la fin du mois. Dans le cas de coupons annuels, seul le 29 février des années bissextiles peut poser des difficultés et les conventions du marché obligataire recommandent d'éviter de payer un coupon à cette date. En revanche le problème de dates qui n'existent pas est plus fréquent dans le cas de coupons infra annuels. Dans le cas où pour un mois donné, ce jour n'existe pas, le coupon sera payé le dernier jour de ce mois donné. Par exemple le premier coupon d'un titre payant des coupons trimestriels à partir du 30 novembre 2009 sera fixé au 28 février 2010.

- La majorité des émetteurs souverains procédant à des assimilations préfèrent généralement émettre des titres sans coupons atypiques et, dans le cas de l'émission d'une nouvelle souche sur un nombre brisé d'années, la date de jouissance du premier coupon sera calculée, dans le cas de coupons annuels, comme la date anniversaire réelle ou théorique qui aurait immédiatement précédé la date de paiement du premier coupon. Dans ce cas le prix d'émission est majoré du coupon couru.
- Toutefois, certains émetteurs souverains émettent de nouveau emprunts d'État portant des coupons atypiques. Ainsi, l'Agence de la dette allemande a émis en avril 2010, un bund 3% juillet 2020 portant un premier coupon long de 430 jours. La Finlande et l'Autriche émettent aussi des titres portant des coupons atypiques.
- Quant aux émetteurs non souverains, il est relativement rare que lors d'une nouvelle émission portant un nombre d'année non entier, ils choisissent d'émettre avec une date de jouissance des intérêts antérieure à la date de règlement de l'émission, certains investisseurs ne souhaitant pas payer de coupon couru sur une nouvelle émission.
- Enfin, dans le cas de placements privés, la présence d'un coupon atypique peut correspondre à une demande spécifique de l'investisseur.

Le choix entre un premier coupon court ou un premier coupon long est souvent basé sur des raisons de coûts, pour l'émetteur, et sur un besoin de perception régulière de coupons pour l'investisseur :

- L'émetteur paie, en effet, des commissions de service financier, à chaque détachement de coupons. Ainsi, dans le cas d'une émission portant des coupons annuels sur une durée de 4 ans et 2 mois, par exemple, l'émetteur préférera peut être payer un premier coupon long de 14 mois, plutôt qu'un premier coupon court de 2 mois.
- En revanche, dans le cas d'une émission de 3 ans et 10 mois, il pourrait choisir de payer un coupon court de 10 mois, pour satisfaire certains investisseurs qui souhaitent percevoir de manière régulière des coupons.

3.3.4. Coupons atypiques courts

- Principes de calcul : se référant à la périodicité des coupons réguliers payés par le titre, ce calcul consiste à générer une date d'intérêt notionnelle qui aurait immédiatement précédé la date de paiement du premier coupon, si la périodicité de ce dernier avait été conforme à celle des coupons suivants.



- **Calcul du premier coupon atypique plein sur un titre payant par la suite des coupons annuels:** le tableau ci-dessus illustre la génération du coupon notionnel, ou quasi coupon, daté du 15/06/2007, qui aurait immédiatement précédé le premier coupon daté du 15/06/2008, avec un premier coupon court dont la date de jouissance débute au 15/03/2008 et une périodicité annuelle des coupons payés par le titre postérieurement à ce premier coupon. Selon le contrat d'émission du titre, le taux de ce coupon peut correspondre à un taux d'intérêt simple ou à un taux d'intérêt composé.

Dans l'exemple ci-dessus, avec un taux annuel de coupon de 4% sur les périodes d'intérêt régulières, exprimé en base Exact/Exact, selon la convention du marché obligataire de l'euro, le taux du premier coupon exprimé en taux annuel sera de 4% avec un calcul d'intérêts simples et de 3,94147%, avec un calcul d'intérêts composés.

Avec une base Exact/Exact et des coupons annuels, bien que le 29 février 2008 ne soit pas inclus dans la période du premier coupon court, le calcul du coupon plein correspondant à une période d'intérêt de 92 jours est divisé par 366, puisque la période de coupon notionnel annuel précédant la date de paiement du premier coupon inclut le 29 février 2008.

Avec un calcul d'intérêts simples, le montant du coupon plein en pourcentage est égal pour un nominal de 100 à :

$$100 * 4\% * 92 / 366 = 1,00546\%$$

- **Calcul du coupon couru atypique :** lors d'une transaction secondaire effectuée au cours de la période de coupon atypique, le calcul du coupon couru sera effectué en proportion du nombre de jours d'intérêt couru divisé par le nombre de jours de la période d'intérêt : ainsi, dans l'exemple ci-dessus, pour une transaction secondaire réalisée en date de règlement le 15/04/2008, le coupon couru de 31 jours appliqué au coupon plein de 1,00546% est égal à :

$$1,00546\% * 31 / 92 = 0,3387963\%$$

- **Calcul du premier coupon atypique plein sur un titre payant par la suite des coupons semestriels:** le tableau ci-dessous illustre la génération du coupon notionnel, quasi coupon, daté du 15/12/2007 qui aurait immédiatement précédé le premier coupon daté du 15/06/2008, avec un premier coupon court dont la date de jouissance débute au 15/03/2008 et une périodicité semestrielle des coupons

payés par le titre postérieurement à ce premier coupon. Selon le contrat d'émission du titre, le taux de ce coupon peut correspondre à un taux d'intérêt simple ou à un taux d'intérêt composé.



- **Calcul du coupon couru atypique** : le taux du coupon plein ainsi calculé sera rapporté au prorata du nombre de jours couru de la période d'intérêt correspondant au premier coupon court divisé par le nombre de jours exact de la période régulière d'intérêt qui aurait précédé la date de paiement du premier coupon, en l'occurrence 183 jours dans l'exemple ci-dessus.

3.3.5. Coupons atypiques longs

Ce calcul n'est ici détaillé que dans le cas d'un titre payant des coupons réguliers annuels. Il est aisément transposable dans le cas de coupons semestriels par exemple :

Principes de calcul : se référant à la périodicité des coupons réguliers payés par le titre, ce calcul consiste à générer deux dates d'intérêt notionnelles, date de quasi coupons, qui auraient immédiatement précédé la date de paiement du premier coupon, si la périodicité de ce dernier avait été conforme à celle des coupons suivants.

Calcul du premier coupon plein long : le premier coupon long du tableau ci-dessous a une durée de 458 jours, soit 15 mois, du 15 mars 2007 au 15 juin 2008. Le calcul du coupon long nécessite de générer les deux coupons notionnels datés du 15 juin 2006 et du 15 juin 2007 qui auraient immédiatement précédé le premier coupon daté du 15 juin 2008, avec un premier coupon court dont la date de jouissance débute au 15 mars 2007 et une périodicité annuelle des coupons payés par le titre postérieurement à ce premier coupon.

La période de coupon long du 15 mars 2007 au 15 juin 2008 se décompose ainsi en deux sous-périodes de la manière suivante :

- La première sous-période de coupon long court, en base Exact/Exact, sur 92 jours, du 15 mars 2007 au 15 juin 2007, et est divisée par 365 ce qui correspond au nombre de jours exact de la première période de quasi coupon qui court du 15 juin 2006 au 15 juin 2007,

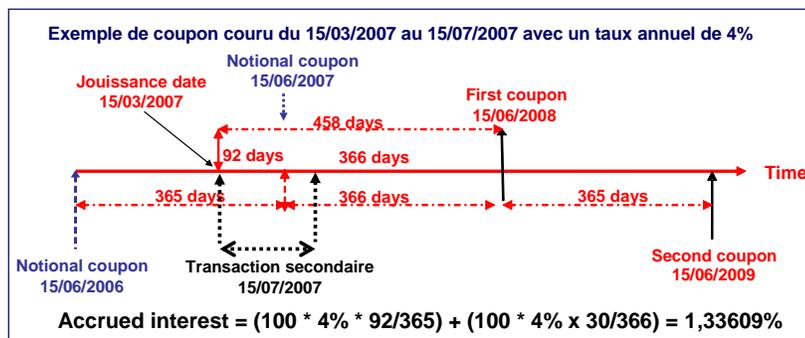
- La seconde période de coupon long du 15 juin 2007 au 15 juin 2008 coure, en base Exact/Exact sur 366 jours divisés par 366. Avec un coupon annuel de 4% et un calcul d'intérêt simple, le coupon plein en pourcentage est égal à :

$$(100 * 4\% * 92/365) + (100 * 4\% * 366/366) = 5,00822\%$$



Calcul du coupon couru :

Dans le cas d'une transaction réalisée sur le marché secondaire en date de règlement 15 juillet 2007, le calcul des intérêts courus respecte les bases de calcul applicables respectivement au deux périodes de coupons notionnels décrites ci-dessus. Le coupon couru applicable au titre ci-dessus du 15/06/2006 au 15/7/2007 est décomposé dans le tableau ci-dessous pour un montant nominal de 100 :



3.3.6. Le cas exceptionnel des derniers coupons atypiques

Comme le montrent les exemples précédents, le traitement des coupons atypiques, surtout dans le cas d'un premier coupon long, génère des contraintes informatiques lourdes, dans les chaînes de traitement des titres. La convention de marché qui recommande de limiter les coupons atypiques aux premiers coupons de l'emprunt est de ce point de vue parfaitement justifiée. Toutefois, certains professionnels, notamment dans le marché de la titrisation, souhaitent pouvoir structurer des titres portant un dernier coupon atypique. Dans le cas d'un dernier coupon court, pour le calcul du coupon plein et du coupon couru, il conviendra de générer une période notionnelle de coupon correspondant à la périodicité des coupons réguliers du titre. En conséquence, l'échéance de ce coupon notionnel sera postérieure à celle du titre.

4. Emprunts court terme des émetteurs souverains ou non souverains

Alors que les emprunts long terme des émetteurs souverains d'une part et des émetteurs non souverains d'autre part sont largement différenciés, les émissions court terme de ces deux catégories d'émetteurs présentent des caractéristiques relativement homogènes. Les conventions de marché et les techniques d'émissions à court terme de ces deux catégories d'émetteurs sont étroitement liées aux conventions du marché monétaire. C'est pourquoi, avant de différencier les émissions court terme des émetteurs souverains de celles des émetteurs non souverain, cette section rappelle les conventions générales du marché interbancaire en euro.

4.1. Rappel des principales conventions des marchés monétaires en euro

En théorie, le marché monétaire peut être divisé en deux catégories :

- D'une part, le marché interbancaire stricto sensu, que l'on peut qualifier de B to B, où les transactions ne concernent que les seuls acteurs bancaires,
- D'autre part le marché monétaire entre les banques et leurs clients non bancaires, que l'on peut qualifier de B to C.

Dans la pratique, la distinction entre ces deux catégories est moins évidente, les transactions purement interbancaires en blanc au-delà d'un mois étant l'exception comme le montrent plusieurs études de la BCE et de la Banque de France⁷⁰. La définition de l'Euribor est limitée aux seules opérations interbancaires stricto sensu, ce qui exclut la collecte de fonds à travers l'émission de certificats de dépôts. Cependant, depuis avril 2009, la British Bankers' Association a précisé sa définition du Libor, en avril 2009, en indiquant que les banques peuvent inclure dans leur contribution au fixing les fonds qu'une banque peut collecter à travers des certificats de dépôts et qui sont en fait souscrits par des investisseurs non bancaires.

4.1.1. Conventions du marché interbancaire stricto sensu

Le marché interbancaire est un marché en blanc, i.e. non garanti par exemple par le nantissement d'un titre, par opposition à un marché sécurisé comme le repo, marché de prêt/ emprunt de titre. Ce marché interbancaire sert de référence aux fixings de l'Euribor publiés tous les jours à 11h par la Fédération Bancaire Européenne⁷¹.

⁷⁰ Le Bulletin de la Banque de France daté d'août 1997, relevait déjà que la moyenne des prêts quotidiens en blanc du 4^{ème} trimestre 1996 portant une échéance supérieure à 1 mois représentait en volume moins de 2% des transactions quotidiennes réalisées sur ce marché.

⁷¹ Une description détaillée des fixings Euribor figure à l'adresse suivante : <http://www.euribor.org/>

Le marché interbancaire adopte les conventions de marché suivantes :

- L'échéance de ces emprunts à taux fixe s'étale de 1 jour à 1 an, sur des échéances généralement standard exprimées en jours ou en mois monétaires⁷².
- Ces emprunts sont cotés en taux monétaire, à la différence des instruments à plus d'un an qui, comme les obligations, sont cotés en prix⁷³. Le taux monétaire est un taux d'intérêt simple, non-capitalisé, exprimé en taux annuel correspondant à l'échéance de l'emprunt.
- Cette cotation en taux implique que sur le marché monétaire, les cotations en taux sont inversées par rapport aux cotations en cours : les taux les plus bas correspondent aux prix les plus élevés et réciproquement. La cotation en intérêt simple des instruments monétaires, plus le mode de cotation inversé entre les instruments monétaires et les instruments obligataires, ne facilitent pas la communication entre les traders de court terme et ceux de long terme.
- Les intérêts sont payés à l'échéance, en même temps que le remboursement du principal. Le calcul des intérêts s'effectue en base Exact/360 : nombre de jours exact de la période d'intérêt entre la date de règlement et la date d'échéance de l'emprunt / 360.
- En cas d'échéance un jour férié, le remboursement de l'emprunt est effectué le premier jour ouvré suivant, sauf si, de ce fait, l'échéance de l'emprunt devrait être reportée au début du mois suivant. Dans ce cas, l'échéance de l'emprunt est décalée au 1^{er} jour ouvré précédent. Cette règle spécifique au marché monétaire prend l'appellation de « suivant sauf fin », comme rappelé au paragraphe 1.5.3 du premier chapitre de ce volume. Et dans le cas d'un éventuel changement du nombre de jours de la période d'intérêt, le montant des intérêts est modifié.
- Les transactions sont dénouées en principe en date de valeur j+2 ouvré selon le calendrier TARGET.

La formule suivante s'applique au calcul des intérêts sur le marché interbancaire où les intérêts sont payés à l'échéance:

$$INT_{Mat} = \frac{NomTA * y * nd_{ip}}{360} \quad (A.1.4.1)$$

⁷² Les échéances peuvent porter sur le jour le jour, la semaine, le 1 mois, le 3 mois, le 6 mois ou le 12 mois par exemple.

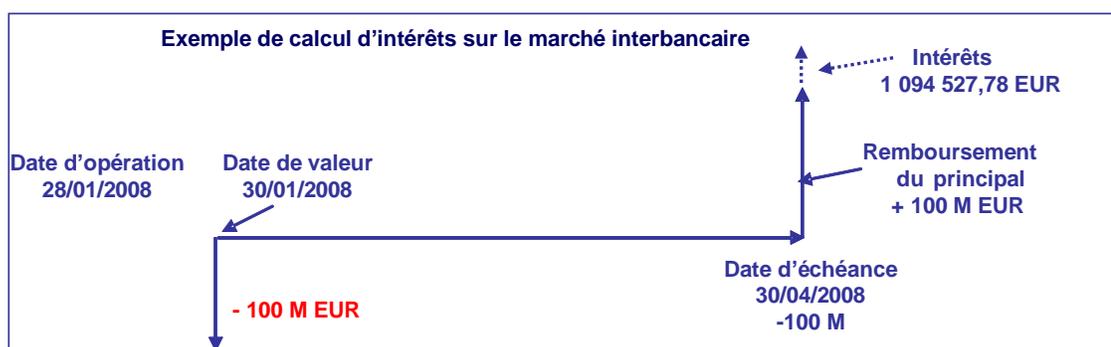
⁷³ Cette cotation en taux s'explique par la durée limitée, en principe jusqu'à 1 an, des produits monétaires : si le marché monétaire était coté en cours en base 100, pour les emprunts de très courte échéance, les différences de cours seraient peu apparentes, bien qu'importantes en raison des montants engagés. Une cotation en taux de rendement est considérée comme plus aisément interprétable.

Cependant, par souci d'homogénéité avec le marché des contrats futures basés sur un emprunt obligataire tel que le contrat Bund, les contrats futures basés sur un taux monétaire comme l'Euribor adoptent une cotation en base 100, le contrat étant coté 100 moins le taux de rendement

Avec :

INT_{Mat}	: Intérêts payés à l'échéance
$NomTA$: Montant Nominal de la transaction
y	: Rendement exprimé en taux annuel payé à l'échéance
nd_{ip}	: Nombre de jours exacts de la période d'intérêt.

Exemple d'un emprunt monétaire à 3 mois à intérêts post-comptés au taux facial de 4,33%:
 Intérêts = Montant emprunt * Taux Facial post-compté * Nombre de jours de la période / 360
 Intérêts = 100 millions * 4,33% * 91 / 360 = EUR 1 094 527,78



4.1.2. L'accès au marché monétaire pour les intervenants non bancaires

Cet accès se fait de deux manières :

- Soit en recourant à des opérations de prêts/ emprunts monétaires directement auprès de leur banque. Toutefois, pour la banque ces opérations qui sont directement comptabilisées à son bilan présentent un coût spécifique. Dans ce cas l'opération se fera en appliquant l'équation (A.1.4.1) reprise ci-dessus,
- Soit à travers l'émission ou la souscription de titres de créances à court terme, TCN, qui permettent l'intermédiation par la banque de ces opérations de prêts/ emprunts entre les émetteurs, d'une part, et les investisseurs, d'autre part. Ces opérations présentent pour la banque l'avantage de ne pas être comptabilisées dans son bilan. Les intérêts des TCN peuvent être soit précomptés, soit post-comptés.

Les différentes méthodes d'émission de ces titres sont détaillées dans les paragraphes suivants :

- Les émetteurs souverains pratiquent généralement des émissions précomptées, les émissions sous forme de zéro coupon présentant l'avantage de pouvoir être ultérieurement abondées. La valeur nominale de remboursement du titre à l'échéance étant généralement escomptée à partir d'un taux monétaire post-compté, pour permettre une comparaison de son rendement avec celui des autres instruments monétaires. Ce type d'émission est décrit au paragraphe 4.2.1 du présent chapitre traitant des émissions court terme de l'Agence France Trésor,

- Quant aux émetteurs non souverains, ils recourent indifféremment à des émissions précomptées ou des émissions post-comptées. Dans le cas d'intérêts post-comptés, le taux facial monétaire exprimé en taux annuel appliqué au montant nominal de l'emprunt permet de calculer le montant d'intérêt qui sera payé en une seule fois à l'échéance de l'emprunt, en même temps que le remboursement du principal. Puisque ces instruments ne paient qu'un flux unique à l'échéance, leurs cash flows sont financièrement assimilables à ceux de zéro coupons dont les intérêts sont précomptés. La méthode de calcul des intérêts post-comptés sera décrite au paragraphe 4.3 du présent chapitre traitant des émissions court terme des émetteurs non souverains.

4.2. Les emprunts court terme des émetteurs souverains

4.2.1. Les emprunts court terme de l'AFT

Comme déjà indiqué, la plupart des émetteurs souverains de la zone euro émettent des bons du trésor selon des modalités identiques à celles de l'AFT.

4.2.1.1. Politique d'émission des BTF par l'AFT

Chaque semaine l'AFT adjuge des BTF, Bons du Trésor à taux fixe et à intérêt précompté, dans le cadre d'un calendrier trimestriel publié à l'avance qui précise les échéances des bons qui seront adjugés. Un BTF de 3 mois est émis chaque semaine ainsi qu'un BTF semestriel ou annuel. Etant émis sous forme de zéro coupon, les BTF de même échéance sont immédiatement assimilables quelle que soit leur date d'adjudication et les conditions de marché prévalant lors de ces adjudications. Le tableau ci-dessous récapitule les différentes adjudications du BTF 18/12/2008 au cours de l'année 2008. Cette technique évite pour l'émetteur la multiplication de ses lignes d'emprunt, tout en offrant à l'investisseur des souches dont le montant favorise la liquidité.

Date d'adjudication	Taux moyen pondéré	Montant adjugé mions	Total souche moins
07/01/2008	3,989%	2003	2003
17/01/2008	3,928%	1586	3589
25/08/2008	4,336%	1649	5238
13/10/2008	2,226%	1008	6246

4.2.1.2. Conventions de marché des BTF

- Les BTF comportent une coupure nominale de 1 euro et le montant minimal de transaction est fixé à 1 million d'euros.
- Comme les autres instruments court terme, ils sont cotés en taux,
- Et ils sont émis sous forme de zéro coupon en dessous du pair et remboursés au pair. Cependant, bien que les intérêts des BTF soient précomptés, pour que leur rendement puisse rester comparable

avec celui des emprunts monétaires, les taux des BTF sont exprimés en taux monétaires post-comptés calculés en base Exact/360, cotés à 3 décimales de 0,5 bp en 0,5 bp.

4.2.1.3. Formule de calcul du prix en pourcentage des BTF

- **Définition des emprunts à intérêts précomptés** : un emprunt est à intérêts précomptés si la date d'échéance théorique du coupon est identique à sa date de jouissance. Elle est donc fixée au début de période d'intérêt.
- **La formule suivante** s'applique au calcul du prix net en pourcentage dénoué en J+1 ouvré, à partir d'un taux d'intérêt monétaire post-compté⁷⁴ ; s'agissant d'un emprunt zéro coupon, le prix à l'émission du titre est un prix net :

$$P_{Net} = \frac{100}{\left(1 + \left(y * \frac{nd_{ip}}{360}\right)\right)} \quad (A.1.4.2)$$

Avec :

P_{net}	: Prix net à la date de règlement-livraison exprimé en pourcentage
y	: Rendement exprimé en taux annuel payé à l'échéance
nd_{ip}	: Nombre de jours exacts de la période d'intérêt.

Exemple de calcul du prix net en pourcentage :

Achat le vendredi 22 janvier 2008 en date de règlement mardi 25 janvier de 10 millions de valeur nominale du BTF 18/12/2008 à un taux facial post-compté de 3,675% :

$$P_{Net} = 100 / (1 + 3,675\% * 328 / 360) = 96,76\%$$

4.2.1.4. Une formule de prix également utilisable pour les transactions secondaires

- Étant coté sous forme d'un zéro coupon dont le remboursement à l'échéance correspond au montant nominal de la transaction, le prix d'une transaction secondaire, comme celui d'un abondement, s'ajustera en fonction du rendement de marché correspondant à l'échéance résiduelle du titre.
- La rémunération du vendeur sur le marché secondaire se décomposera entre d'une part le taux de rendement perçu sous forme d'escompte, lors de la souscription initiale du titre, et la plus ou moins-value réalisée, selon que les rendements correspondant à l'échéance résiduelle du titre sont inférieurs ou supérieurs à ceux qui prévalaient lorsque le vendeur avait acquis le titre.

⁷⁴ Les conventions de marché des taux monétaires sont exprimées en taux d'intérêt plutôt qu'en prix, ce dernier n'étant relativement que peu sensible à l'évolution des taux d'intérêt, lorsqu'il est exprimé en pourcentage du pair. Cependant, les formules d'actualisation des produits monétaires exprimées en taux calculés sur une base Exact/360 sont sur le plan des mathématiques totalement cohérentes avec celles des marchés obligataires exprimés en prix sur une base Exact/Exact.

4.2.1.5. Calcul du montant de la transaction en euro

Le montant de la transaction est calculé, en date de règlement livraison J+1, en appliquant le prix net en pourcentage au montant nominal à l'échéance de la transaction en euro.

4.2.2. Autres émissions souveraines de Bons du Trésor

4.2.2.1. Émissions de Bons du Trésor en euro

La plupart des autres souverains de la zone euro émettent des bons du trésor selon des modalités très sensiblement identiques à celles utilisées par l'Agence France Trésor. Le plus souvent la date de règlement intervient en J+2 ouvrés par rapport à la date de transaction. Comme déjà indiqué, des informations détaillées sur la politique d'émission des principaux émetteurs concernés sont accessibles sur le lien de l'Agence France Trésor ainsi que sur celui d'EuroMTS.

4.2.2.2. Émissions de papier commercial en euro ou dollar

Plusieurs souverains de la zone euro ont mis en place des programmes d'*Euro Commercial Paper* ou d'*US Commercial Paper*, notamment, l'Autriche, l'Irlande et les Pays Bas.

4.3. Les emprunts court terme des émetteurs non souverains

4.3.1. Le marché européen des Titres de Créances Négociables, TCN

Depuis les années 80, plusieurs marchés domestiques de papier commercial se sont développés en Europe :

- Le marché des TCN français comprend trois compartiments, les certificats de dépôt, CD, les billets de trésorerie, BT, et les bons à moyen terme négociables, BMTN. Début 2010, il constituait, en termes d'encours, le 1^{er} marché d'Europe continentale et le 3^{ème} du monde, derrière ses équivalents américain et britannique.
- En juin 2006, l'ACI, Association Cambiste Internationale, et la FBE, Fédération Bancaire Européenne, ont pris l'initiative de développer le label STEP, *Short Term European Paper*, dans le but de favoriser l'intégration des marchés de titres courts européens, titres domestiques ou *Euro Commercial Paper*.

4.3.2. Le marché français des TCN

4.3.2.1. Les différentes catégories de TCN français

- Les CD ont une échéance maximale d'un an et ils ne peuvent être émis que par des établissements de crédit, résidents ou pas, ainsi que par la Caisse des Dépôts et Consignations. Ces titres constituent le principal segment du marché des TCN. Ils peuvent, à l'instar des autres TCN, être émis en toutes devises convertibles. Leur contre-valeur, comme celle des autres types de TCN, ne peut être inférieure à 150 000 euros ;
- Les BT qui présentent des caractéristiques très similaires à celles des Certificats de dépôt, ne peuvent être émis que par des entreprises non financières, en particulier des SA dont le capital libéré est au moins égal à 225 000 euros, ainsi que par des établissements publics. Ce marché est concentré et dominé par de grandes entreprises et certaines entités publiques. Les PME n'y ont pas d'activité significative, compte tenu des pré-requis réglementaires pour pouvoir être émetteur. Certains véhicules de titrisation, ayant notamment le statut d'organismes de titrisation, émettent des BT pour financer leur portefeuille de créances ;
- Les BMTN bien que ne constituant pas formellement des titres courts, puisque leur durée à l'émission doit être supérieure à un an, appartiennent également à la catégorie des TCN français et sont également soumis à la supervision de la Banque de France. Les BMTN peuvent être émis aussi bien par les entités habilitées à émettre des BT que par les établissements de crédit. A l'instar des BT, ils peuvent également être utilisés pour des opérations de titrisation.

4.3.2.2. Rôle de la Banque de France dans l'organisation du marché des TCN

La Banque de France assure la surveillance des conditions d'émission, dans le cadre des dispositions du Code Monétaire et Financier. Toutes les entités souhaitant émettre doivent remplir un dossier de présentation financière dont la structure est standardisée. Les opérations sur ce marché, déclarées par les agents domiciliataires des émetteurs dans le système informatique NORIA, géré par la Banque de France, font l'objet d'un suivi et permettent d'alimenter des statistiques quotidiennes, hebdomadaires et mensuelles⁷⁵.

⁷⁵ Il n'y a pas de références officielles de rendement des TCN. Toutefois, la Banque de France publie hebdomadairement une moyenne des taux, fixes et variables, traités sur les différents compartiments du marché, selon les échéances. Un système de contribution et de calcul d'un indice de marges par rapport à l'EONIA sur les émissions de CD et de BT, y compris Asset Backed BT –ABBT-, a également été mis en place, avec la contribution de cinq établissements. Méthodologiquement, les émetteurs sont segmentés en trois classes corporate, ABBT, banques, elles-mêmes subdivisées en fonction du rating. Chaque banque contributrice envoie une matrice des spreads sur l'EONIA reçus par catégorie d'émetteurs et notations. L'établissement centralisateur calcule la moyenne arithmétique simple, non pondérée par les volumes en cause. Il publie ainsi une matrice des prix moyens des émissions par catégorie d'émetteurs, par notation et par maturité de l'émission, 1 à 12 mois. Ces indices sont publiés dans le journal l'Agefi chaque semaine.

4.3.2.3. Rémunération des TCN

Comme le prévoit le Code Monétaire et Financier pour l'ensemble des titres de créance, cette rémunération est libre. Le taux de rendement des titres à court terme, BT et CD, est généralement calculé sur une base monétaire et non pas actuarielle, conformément aux conventions des marchés monétaires. Il peut s'agir d'un taux fixe pré ou post-compté ou d'un taux variable généralement indexé sur un taux de référence du marché interbancaire, l'EONIA ou l'Euribor notamment. Pour les titres courts, si le taux est généralement exprimé en taux monétaire, il peut le cas échéant être actuariel. Enfin, notamment s'agissant des BMTN, le taux peut être structuré, en d'autres termes indexé sur divers indices, boursiers, etc. ou d'autres sous-jacents ;

4.3.3. Le label STEP, Short Term European Paper⁷⁶

Le marché STEP a été créé, en 2006, pour promouvoir un standard d'intégration des marchés de titres à court terme de la zone euro. S'agissant des TCN, ce label concerne donc les seuls CD et BT. Les BMTN, papiers à moyen et long terme, ne peuvent bénéficier de ce label.

Un document décrivant plus en détail l'organisation du marché STEP et le rôle respectif de la BCE et des banques nationales domestiques figure sur le site du CNO.

4.3.4 Conventions des emprunts courts des émetteurs non souverains

Ces conventions de marché sont généralement similaires à celles décrites au paragraphe 4.1 du présent chapitre portant sur les émissions à court terme en euro.

Comme sur le marché des titres de créance français, les emprunts à court terme émis par les émetteurs non souverains pratiquent différentes formes de rémunération et leurs intérêts peuvent être précomptés ou post-comptés.

4.3.4.1. Calcul du coupon plein à intérêts post-comptés à l'émission

- Définition : un emprunt court terme à intérêts post-comptés paie un montant d'intérêt calculé sur la valeur nominale de la transaction auquel il se rapporte, en même temps que le remboursement de cette valeur nominale, à l'échéance ;
- La formule de calcul des intérêts payés à l'échéance du titre post-compté correspond à l'équation (A.1.4.1) donnée au paragraphe 4.1.1 du présent chapitre.

⁷⁶ Des informations complémentaires sur le label STEP peuvent être trouvées à l'adresse suivante :

<http://www.stepmarket.org/>

La liste des émissions de *Commercial Paper* domestiques et d'ECP bénéficiant du label STEP figure à l'adresse suivante :
<http://www.stepmarket.org/directory/disclaimer.html>

Exemple : calcul d'intérêt sur un titre de créance à intérêts post-comptés, d'un montant de 100 millions d'euros de transaction nominale, émis le 3 septembre 2009, à un taux facial de 4,33%, en date de règlement-livraison le 7 septembre 2009, sur une échéance 7 décembre 2009, en base Exact/360 :

$$\text{Intérêts} = \text{Montant emprunt} * \text{Taux Facial post-compté} * \text{Nombre de jours période} / 360$$

$$\text{Intérêts} = 100 \text{ millions} * 4,33\% * 91 / 360 : 1\,094\,527,78 \text{ euros}$$

4.3.4.2. Prix d'émission sur le marché primaire

Le prix d'émission à la date de règlement livraison, est généralement fixé au pair et ne comporte pas de coupon couru.

4.3.4.3. Prix secondaire et coupon couru d'un titre à intérêts post-comptés

La méthode de calcul du prix secondaire consiste à escompter le principal de la transaction, plus les intérêts post-comptés initialement définis payés à l'échéance, au taux de marché post-compté correspondant, à la date de la transaction secondaire et au nombre de jours de la période résiduelle d'intérêt.

Cette méthode de calcul est totalement homogène avec celle utilisée pour le calcul du prix net d'un titre de créance zéro coupon à intérêts précomptés, sauf que le montant remboursé à l'échéance inclut les intérêts précédemment calculés et que le prix en pourcentage est un prix brut coupon couru inclus.

$$P_{Gross} t_{+n} = \frac{100 + INT_{Mat}}{\left(1 + \left(y * \frac{N}{360}\right)\right)} \quad (A.1.4.3)$$

Avec :

P_{Gross}	: Prix coupon couru inclus exprimé en pourcentage à la date de règlement-livraison
t_{+n}	: Date de Règlement-livraison
INT_{Mat}	: Intérêts payés à l'échéance
y	: Rendement exprimé en taux annuel payé à l'échéance
nd_{ip}	: Nombre de jours exacts de la période d'intérêt.

Exemple de calcul du prix secondaire du titre de créance à 3 mois à intérêts post-comptés émis le 3 septembre 2009 à un taux facial de 4,33%, racheté le 5 octobre 2009, à un taux de 3,33%.

Date de règlement-livraison J+2	: 7 octobre 2009,
Date d'échéance	: 7 décembre 2009.
Montant nominal plus intérêts remboursés à l'échéance	: EUR 101 094 527,78
Prix brut de rachat en EUR = 101 094 527,78 / (1+(3,33% * 61 /360))	: EUR 100 527 302,47
Coupon couru en EUR = 100 000 000 * 4,33% * 30 / 360	: EUR 360 833,33
Prix net de rachat en EUR	: EUR 100 166 469,14

4.4. Indicateurs analytiques duration, sensibilité convexité des titres courts

Comme déjà indiqué, les titres courts sont cotés en taux, puisque, du fait de leur relativement faible durée, une cotation en prix ne serait pas significative.

A titre d'illustration de la moindre pertinence de ces indicateurs, pour les titres courts, le tableau ci-dessous affiche la sensibilité et la convexité de titres courts de 1 mois à 1 an et les compare à celles applicables à des OAT à 10 et 30 ans.

Échéance, duration, sensibilité et convexité de titres de créances payant un coupon de 4% cotés au pair, en comparaison des mêmes indicateurs appliqués aux OAT 10 ans et 30 ans

Échéance	1 mois	3 mois	6 mois	1 an	OAT 10 ans	OAT 30 ans
Duration	1 mois	3 mois	6 mois	1 an	8,4	18
Sensibilité	0,083	0,248	0,490	0,962	8,1	17,3
Convexité	0,0835	0,29	0,69	1,85	81	420

Quant à la duration de ces titres, elle est égale à leur durée, puisque les flux de titre jusqu'à 1 an ne paient qu'un seul cash-flow à l'échéance.

Dans le Volume B consacré aux dérivés de taux d'intérêt, on notera cependant que, pour des opérations de court terme, le marché valorise le différentiel de convexité entre les contrats futures de gré à gré, FRA, portant un sous-jacent à 3 mois et les contrats futures Euribor 3 mois, du fait de l'importante liquidité des marchés de futures de taux d'intérêt.

Disclaimer

Les informations contenues dans ce document, bien qu'établies sur la base d'informations obtenues de sources considérées par le Comité de Normalisation Obligataire (CNO) comme fiables, sont fondées sur des informations publiques qui ont été compilées et ce message ne peut en aucune circonstance être utilisé ou considéré comme engageant la responsabilité du CNO. Les informations sur les données de marché sont fournies gratuitement par le CNO à seul titre indicatif, notamment pour des besoins d'évaluation comptable. Elles sont susceptibles d'évolution à tout moment, en fonction des conditions de marchés. Le CNO ne garantit en aucune manière que ces informations sont exactes ou complètes et se réserve le droit de modifier ces informations sans avoir à en informer ses contreparties. Ces informations demeurent la propriété du CNO ou de tiers auprès desquels le CNO les a lui-même obtenues. En conséquence, la contrepartie s'engage à n'en faire un usage que purement interne et à ne pas les reproduire, distribuer, ou publier sans l'accord préalable de leurs propriétaires. Le CNO n'est pas responsable des éventuelles différences de valorisation entre ses propres données et celles de tiers. Le CNO n'est tenu à aucun engagement de mise à jour ou de continuité de publication des informations ainsi fournies.