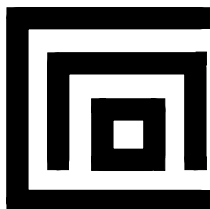


COMITE DE NORMALISATION OBLIGATAIRE

*Association régie par la loi du 1<sup>er</sup> juillet 1901*



# **LES MARCHÉS OBLIGATAIRES DU FRANC**



DÉFINITIONS  
NORMES APPLICABLES  
ET  
MÉTHODES DE CALCUL

Siège Social  
56, rue de Lille - 75007 - PARIS  
Téléphone : 01.40.49.72.23

JUILLET 1997

## LE COMITE DE NORMALISATION OBLIGATAIRE

Au cours des mois qui ont précédé, en janvier 1987, les premières cotations en pourcentage des emprunts à taux variable, un groupe de travail s'est réuni pour unifier et définir les méthodes de calcul de leur coupon couru. Simultanément, il est apparu aux spécialistes de la Caisse des Dépôts et Consignations que l'élaboration des indices officiels utilisés à divers titres par l'ensemble de la communauté financière et jusqu'alors établis en majorité par la Caisse des Dépôts et Consignations, devait faire l'objet d'un consensus de place.

Ainsi est née l'idée de créer un Comité à vocation technique, consultatif auprès de la Direction du Trésor, et associant les principaux intervenants sur le marché obligataire. La Caisse des Dépôts a donc entrepris en janvier 1987 de constituer le "Comité Technique" rebaptisé plus tard "Comité de Normalisation Obligataire".

Ce comité a été constitué des établissements membres du Comité des Emissions et des spécialistes en Valeurs du Trésor. Les représentants de chaque établissement ont été choisis de façon à obtenir une composition équilibrée entre les spécialistes du marché primaire, du marché secondaire et de l'actuariat. Le Comité s'est adjoint des membres avec voix consultatives, choisis pour leur rôle de place : la SBF, Société des Bourses Françaises, L'INSEE, Institut National des Statistiques et des Etudes Economiques et la COB, Commission des Opérations de Bourse.

En 1990, le Comité s'est donné une forme juridique. Il s'est constitué en une Association régie par la loi du 1<sup>er</sup> juillet 1901 et dénommée comme initialement "Comité de Normalisation Obligataire".

Elle s'est fixée comme objet :

- de clarifier, de simplifier et d'harmoniser les méthodes de calcul utilisées sur le marché obligataire français et les marchés dérivés ; notamment en matière d'indices, de taux, d'indexation et d'échantillons.
- de faire des recommandations aux différents intervenants sur le marché : émetteurs, intermédiaires, établissements financiers.
- de diffuser les résultats de ses travaux et de promouvoir leur mise en oeuvre.

A l'heure actuelle, le Comité est composé de :

### ETABLISSEMENTS

### REPRESENTANTS

#### ADMINISTRATEURS (membres fondateurs)

|                                        |                           |
|----------------------------------------|---------------------------|
| Banque Indosuez                        | Frédéric Phan             |
| Banque Nationale de Paris              | Jean-François Borgy       |
| Banque Paribas                         | Dominique Barbet          |
| Caisse Centrale des Banques Populaires | Christophe Cazemajour     |
| Caisse des Dépôts et Consignations     | Nicolas Fourt (Président) |
| Caisse de Gestion Mobilière            | Christophe Couturier      |
| Caisse Nationale de Crédit Agricole    | Jean Granoux (Trésorier)  |
| Crédit Commercial de France            | Olivier Allard            |
| Crédit Industriel et commercial        | Alain Saint-Raymond       |

|                    |                              |
|--------------------|------------------------------|
| Crédit Lyonnais    | Jean Paul Bergé (Secrétaire) |
| Morgan & Cie S. A. | Eric Viet                    |
| Société Générale   | Jean-Luc Auré                |

|                   |                |
|-------------------|----------------|
| MEMBRE FONDATEUR  |                |
| Banque d'Escompte | Laurent Giraud |

|                                   |                   |
|-----------------------------------|-------------------|
| MEMBRES ACTIFS                    |                   |
| Europperformance                  | Baudoin de Brie   |
| Fininfo                           | Jérôme Dubois     |
| Union de Garantie et de Placement | Frédéric Bompaire |

|                                                               |                      |
|---------------------------------------------------------------|----------------------|
| CENSEURS                                                      |                      |
| Commission des Opérations de Bourse                           | Bernard Vignoles     |
| Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques | Christian Gourieroux |
| Sociétés des Bourses Françaises                               | Pascal Samaran       |

Son fonctionnement est assuré par un conseil d'administration et un bureau de direction composé d'un président, d'un secrétaire, et d'un trésorier.

Parmi les travaux entrepris à ce jour par le CNO il faut citer :

- La normalisation des coupons courus.
- La normalisation des règles applicables aux emprunts à taux variables.
- La définition du taux actuariel d'un emprunt sur le marché domestique français, accompagnée de sa méthode de calcul dite "classique universelle".
- La définition de la marge actuarielle d'un emprunt à taux variable.
- La création des "Indices de performance CNO du marché obligataire français". Ils ont vu le jour en 1990 et sont devenus l'outil de mesure indispensable à toute gestion indiciaire et de surcroît indépendant des établissements assurant la gestion d'OPCVM.

## **CHAPITRE 1**

### **GENERALITES SUR LES EMPRUNTS**

Pour un emprunt à taux fixe la rémunération dépend du taux facial. En revanche, pour les emprunts à taux variable, on distingue quatre caractéristiques fondamentales dont dépend la rémunération, et deux domaines sur lesquels il est bon de se pencher :

- L'indice de référence,
- La période de référence,
- La marge faciale,
- Les limites de la rémunération,
- Le taux de substitution,
- Les périodes atypiques.

## **1. L'INDICE DE REFERENCE**

Pour un emprunt à taux variable, le taux du coupon servi à une échéance déterminée est calculé, selon des règles précisées dans le contrat d'émission, en fonction de la valeur d'un indice de référence.

Les indices généralement utilisés sont des taux représentatifs de l'état des marchés financiers. Il peut s'agir de taux courts, déterminés par exemple par observation du taux moyen pondéré (TMP et sa moyenne mensuelle TMM) ou du taux actuariel des Bons du Trésor à 13 semaines (THB,TMB). On utilise également des indices de taux longs (obligataires) relevés sur le marché primaire (THO,TMO) ou sur le marché secondaire (THE, TME, CNO-TEC ®).

La plupart des indices de référence sont des indices mensuels ou annuels calculés à partir de séries mensuelles, hebdomadaires ou quotidiennes. Certains emprunts sont référencés directement sur des taux hebdomadaires ou des taux spots.

L'annexe 9 donne les principaux indices utilisés en juin 1997.

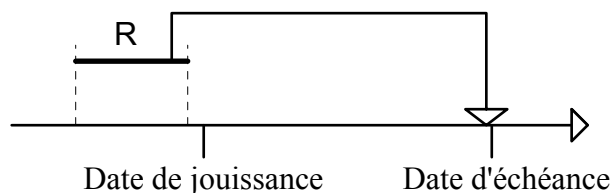
## **2. LA PERIODE DE REFERENCE**

Le taux d'un coupon donné est en général calculé en faisant la moyenne arithmétique ou le produit des valeurs connues de l'indice, au cours d'une période définie dans le contrat d'émission, et appelée période de référence. Les périodes de référence ont des durées variables selon les types d'emprunts. Elles sont souvent d'une année, mais peuvent ne comprendre qu'un mois, voire un seul jour. On détermine ainsi un "taux de base".

Selon la position de la période de référence par rapport à la date de jouissance du coupon, on distingue deux grandes familles d'emprunts à taux variable (cf. figure) :

- Les emprunts à coupon prédéterminé souvent appelés emprunts à taux révisable pour lesquels la période de référence d'un coupon est terminée avant la mise en paiement du coupon précédent (ou avant la date de jouissance du premier coupon). Le coupon qui court à un instant donné est donc connu de façon certaine, mais les suivants gardent entièrement leur caractère variable. Leur coupon couru est calculé comme celui d'un emprunt à taux fixe.

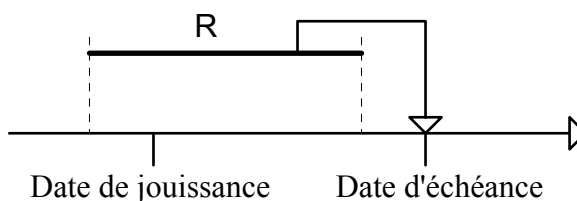
### Emprunt à coupon pré-déterminé



R : Période de référence du coupon

- Les emprunts à coupon postdéterminé, souvent considérés comme les seuls vrais emprunts à taux variable. La période de référence se termine peu de temps (de 2 à 5 semaines en général) avant le détachement du coupon correspondant. Ces emprunts, qui sont une originalité du marché français, permettent de mieux tenir compte de l'évolution récente des taux dans la détermination des coupons payés. Ils posent cependant des problèmes techniques particuliers notamment pour la détermination du coupon couru lorsque la période de référence n'est pas terminée (cf. chapitre 5).

### Emprunt à coupon post-déterminé



R : Période de référence du coupon

## 3. LA MARGE FACIALE OU CONTRACTUELLE

Pour déterminer le taux d'un coupon on utilise souvent, outre la moyenne de l'indice sur la période de référence, la notion de marge faciale, qui consiste à ajouter ou retrancher une certaine valeur au taux de base. La marge faciale peut être :

- Absolue (ou additive) :  
on ajoute ou on retranche un certain pourcentage au taux de base, par exemple " taux de base + 0,15 % ".
- Relative (ou multiplicative) :  
on exprime le taux du coupon en pourcentage du taux de base, par exemple " 95 % du taux de base ".

- Mixte :  
on combine une marge additive et une marge multiplicative, par exemple "  $2 \times$  taux de base - 5,50 % ".

#### **4. LES LIMITES DU TAUX DES COUPONS**

Il est fréquent que le taux du coupon soit borné, souvent par un taux minimum, parfois par un taux maximum. Dans certains cas, assez rares, le taux minimum ou maximum peut lui-même être un taux variable, par exemple " 110 % TME maximum 10 % ; 90 % TMO minimum Pibor 1 mois capitalisé ".

#### **5. LES DEFAUTS D'INDICE ET LES TAUX DE SUBSTITUTION**

Lorsqu'un émetteur rédige le contrat d'émission d'un emprunt à taux variable, il précise l'indice de référence utilisé. Il est nécessaire que le contrat prévoie également les règles de calcul du coupon dans le cas où une ou plusieurs valeurs de l'indice viendraient à manquer au cours d'une période de référence donnée. On dénombre 4 méthodes utilisées :

- Neutralisation de la valeur manquante, par exemple, pour un emprunt référencé sur un indice mensuel dont on fait la moyenne arithmétique sur un an, on calculerait le taux coupon en faisant une moyenne arithmétique de 11 indices mensuels au lieu de 12. Les contrats d'émission stipulent alors que le taux du coupon est la " moyenne arithmétique des indices mensuels effectivement établis " du début à la fin de chaque période de référence.
- Cristallisation, c'est à dire remplacement de la valeur manquante par la précédente valeur de l'indice.
- Modification de la période de référence par allongement vers l'arrière d'autant de sous-périodes de référence que des valeurs manquantes de l'indice. La rédaction des contrats d'émission est alors :  
"la moyenne des 12 derniers indices effectivement établis avant une date donnée de chaque année ", pour un emprunt avec une période de référence en principe annuelle.
- Substitution, c'est à dire remplacement de la valeur manquante de l'indice par la valeur, à la date considérée, d'un autre indice, dénommé indice de substitution.  
C'est cette dernière méthode que préconise le Comité de Normalisation Obligatoire, et il fait en sorte que, associé à chaque indice de référence, existe un indice de substitution dont l'usage est conseillé.

#### **6. LES PERIODES ATYPIQUES**

Dans la majeure partie des cas, toutes les périodes sur lesquelles courent les coupons sont d'égale durée, le plus souvent l'année, quelquefois le semestre et depuis 1987 le trimestre.

Toutefois, certains emprunts, pour des raisons diverses, peuvent comporter une ou deux périodes dont la durée n'est pas égale à celle des périodes courantes. Ces périodes sont nommées périodes atypiques et les coupons correspondants, coupons atypiques. Des règles bien précises ont été élaborées pour ces coupons (cf. chapitre 6). En fait, un coupon atypique est un coupon qui ne possède pas de caractéristique permettant son classement ; il est en général le premier coupon d'un emprunt, et sa période est d'une durée différente des périodes courantes. La période peut être, soit voisine de l'année, soit franchement plus petite, 3 ou 6 mois par exemple, soit enfin, nettement plus longue, 18 mois, 2 ans, voire plus.

## **CHAPITRE 2**

### **LES INDICES DE REFERENCE**



## 1. LES INDICES LIES AU MARCHE MONETAIRE

### 1.1. TMP

Depuis le premier décembre 1986, la Banque de France publie quotidiennement, au jour J+1 ouvré pour toute journée ouvrée J, le Taux Moyen Pondéré - T.M.P.- déterminé selon la procédure suivante : à la fin de la journée J, un échantillon représentatif d'établissements admis au marché interbancaire (grandes banques, Caisse des Dépôts et Consignations, établissements spécialisés) - parmi lesquels figurent d'office les Opérateurs Principaux du Marché- communiquent à la Banque de France le taux moyen pondéré et le montant total de leurs opérations de prêt contre tous supports sur le marché de l'argent au jour le jour. La Banque calcule un taux moyen pondéré par les montants de transactions déclarées, représentatif des opérations au jour le jour contre papier, et arrondi au 1/16 le plus proche. Ce taux est diffusé à 9 h 30 en J+1 ouvré. A titre complémentaire, les mêmes informations sont recueillies auprès de certains agents du marché interbancaire (AMI-courtiers).

#### 1.1.1. TMM ou Taux Moyen Mensuel du Marché Monétaire

• *Définition du TMM :*

Pour un mois donné, le **TMM**, Taux Moyen Mensuel du Marché Monétaire au jour le jour entre Banques est égal à la moyenne arithmétique des taux journaliers **TMP**, Taux Moyen Pondéré, étant entendu que les jours sans marché on applique le dernier taux publié. Il est exprimé en pourcentage.

• *Formulation du TMM :*

Pour le mois m, on a :

$$\text{TMM}_m = \frac{\sum_{i=1}^{i=q} t_i}{q} \quad (1)$$

avec :

$t_i$  = TMP du jour  $i$ ,  
 $q$  = nombre de jours du mois m.

• *Arrondi commercial :*

Au résultat trouvé il est appliqué un arrondi commercial sur la quatrième décimale.

• *Date de Publication :*

Le **TMM** est calculé par l'Association Française des Banques.

Compte tenu du décalage existant entre la date des **TMP** et leur date de prise en compte dans les calculs de coupons courus, le **TMM** du mois m ne devient valide que le deuxième jour ouvré du mois m + 1.

• *Exemple de calcul :*

Pour le mois de décembre 1995 on a :

$$TMM_{1295} = \frac{\sum_{i=1}^{31} TMP_i}{31} = \frac{155,25}{31} = 5,00806452 \%$$

arrondi à  $TMM_{1295} = 5,0081 \%$

### 1.1.2. TAM ou Taux Annuel Monétaire

Pendant près de dix ans les emprunteurs ont imaginé toute une gamme de palliatifs devant l'absence de capitalisation du TMM et la montée des taux, qui ne permettaient pas une équivalence avec les placements sur le marché monétaire.

- marge absolue (par exemple : taux de base plus 0,50 %),
- marge relative (par exemple : taux de base majoré de 10 % de sa valeur),
- coupons semestriels,
- combinaison : marge et échéance semestrielle.

Pour finalement aboutir en mars 1984 au **TAM**, le Taux Annuel Monétaire.

#### • Définition du TAM :

Pour un mois donné, le **TAM**, Taux Annuel Monétaire, est le taux de rendement d'un placement mensuel à intérêts composés, renouvelé chaque fin de mois, pendant les douze mois écoulés, étant entendu que le taux de référence pour le calcul des intérêts est le Taux Moyen Mensuel du Marché Monétaire au jour le jour entre banques en France (**TMM**), établi par l'Association Française des Banques.

Ce calcul est effectué en tenant compte du nombre exact de jours des différents mois en cause et d'une année de 360 jours.

#### • Formulation du TAM :

Exprimée en pourcentage, la valeur du TAM pour le mois M sera alors :

$$TAM_M = \left[ \prod_{m=M-11}^{m=M} \left( 1 + \frac{T_m}{100} \times \frac{q_m}{360} \right) - 1 \right] \times 100 \quad (2)$$

Avec :

- $m$  = les douze mois consécutifs d'une période de référence annuelle commençant le mois M-11
- $T_m$  = Taux Moyen Mensuel du Marché Monétaire au jour le jour entre banques pour le mois m (**TMM**),
- $q_m$  = nombre de jours du mois m.

#### • Arrondi commercial :

Au résultat trouvé il est appliqué un arrondi commercial sur le quatrième décimale.

- *Publication :*

Le **TAM** est calculé par la Caisse des Dépôts et Consignations.

- *Exemple de calcul :*

Pour le mois de décembre 1995 on a, en partant de janvier 1995 jusqu'à décembre 1995

$$\text{TAM}_{1295} = \left[ \left( 1 + \frac{31 \times 5,3488}{36000} \right) \left( 1 + \frac{28 \times 5,3415}{36000} \right) \dots \left( 1 + \frac{30 \times 5,6750}{36000} \right) \left( 1 + \frac{31 \times 5,0081}{36000} \right) \right] - 1$$

$$= 0,066411043 \text{ soit } 6,6411043 \%$$

arrondi à :

$$\text{TAM}_{1295} = 6,6411 \%$$

## 1.2. PIBOR ou TIOP

En novembre 1987, le Trésor et la Banque de France ont exprimé, auprès de la communauté financière, le souhait de voir abandonnées les références qui découlaient du TMP pour calculer la rémunération d'emprunts obligataires.

Une réflexion s'est alors engagée. Elle a abouti au choix d'une nouvelle référence, le PIBOR franc, Paris InterBank Offered Rate, (appellation calquée sur le LIBOR) ou TIOP, Taux Interbancaire Offert à Paris.

### 1.2.1. Extrait du règlement de juillet 1988 sur la référence AFB - Telerate PIBOR Francs Français.

L'Association Française des Banques prête son concours pour la publication de Taux de place Francs Français et Ecu dont l'appellation générique est PIBOR AFB-TELERATE.

Ces taux résultent de la moyenne arithmétique des taux offerts par des établissements de crédit, les banques de référence, opérant régulièrement sur les marchés concernés.

- *L'AFB*

- désigne les banques de référence constituant l'échantillon pour chacune des monnaies et détermine la périodicité de rotation ;
- fixe les règles de calcul des taux affichés et indique à TELERATE les modalités de publication retenues ainsi que l'heure choisie ;
- en liaison avec les membres du comité PIBOR, surveille le bon déroulement des publications et s'il y a lieu intervient auprès d'une banque de référence, dès lors que celle-ci cesse de remplir ses engagements d'une manière qui compromettrait la qualité de la référence publiée. Une banque de référence peut être exclue de la cotation par l'AFB ;
- si momentanément TELERATE ne peut afficher les cotations, l'AFB prendra toutes les dispositions pour faire connaître au plus tard le prochain jour de banque ouvrable, les moyennes des taux offerts sur la place pour les échéances habituelles.

Toutefois, si un tel événement se produit lors d'une échéance trimestrielle du contrat PIBOR 3 mois négocié sur le MATIF, l'AFB se rapprochera des banques de référence en vue de recueillir les données nécessaires au calcul du PIBOR 3 mois pour le franc afin de le déterminer avant 14 heures.

- *Banques de référence*

Elles communiquent leurs taux offerts pour les signatures nationales de première catégorie chaque jour de banque ouvrés à Paris, à une heure convenue d'avance.

Bien que n'étant pas contractuels, ces taux devront être l'expression de leur position sur le marché.

Pour le Franc français, chaque banque de référence s'engage à publier quotidiennement sur une page de son choix, sur écran **TELERATE** ou **REUTERS**, ses taux offerts ou demandés, correspondant aux échéances pour lesquelles elle est appelée à contribuer dans la référence AFB.

- *Modalité de calcul des taux et affichage pour le Franc français*

Pour le Franc : l'échantillon des banques de référence est composé de 16 banques.

- Nombre d'échéances cotées :

Les 12 échéances sont : 1 mois, 2 mois,... (au 1<sup>er</sup> janvier 1997 seules deux d'entre elles sont utilisées par le marché obligataire soit 1 mois et 3 mois).

- Calculs des taux moyens journaliers :

Les taux moyens publiés résultent de la moyenne arithmétique des taux offerts, qui est calculée sans arrondi avec cinq décimales au plus.

Le calcul est effectué à partir des données de huit banques de référence, les extrêmes, les quatre plus hauts et les quatre plus bas ayant été préalablement écartés.

En effet jusqu'au 8 Août 1993 le calcul pour le franc était effectué à partir des données de huit banques de référence, les trois extrêmes plus hauts et plus bas étant préalablement écartés.

A partir du 9 Août 1993 la Caisse Centrale du Crédit Mutuel et J.P.Morgan ont été intégrés aux banques de référence cotant le franc. La moyenne s'effectue donc en retirant les quatre extrêmes plus hauts et plus bas.

- Affichage :

Les banques de référence affichent leur taux pour chacune des échéances entre 11 h et 11 h 10 sur une page qui leur est attribuée par TELERATE. Pendant la période d'affichage et jusqu'à validation de l'ensemble des taux communiqués, qui intervient au plus tard à 11 h 30, l'accès à la page des banques de référence est limité à TELERATE et à l'AFB.

La publication des taux moyens et de chacune des pages des banques de référence a lieu à 11 h 30.

- Moyennes mensuelles :

Les taux moyens mensuels sont déterminés uniquement pour les quatre échéances principales : 1 mois, 3 mois, 6 mois, 12 mois.

Il s'agit de moyennes arithmétiques établies sur le nombre de jours exact du mois, étant entendu que les jours sans marché on applique le dernier taux publié. Le calcul est également effectué à cinq décimales avec troncature.

Avant affichage de ces taux, le dernier jour ouvré de chaque mois, les résultats sont vérifiés avec les services de la Banque de France.

- Responsabilité

En ce qui concerne la responsabilité de TELERATE et de l'ASSOCIATION FRANCAISE DES BANQUES vis à vis des Etablissements utilisant dans leur contrat la référence PIBOR AFB TELERATE, elle sera conforme aux usages en vigueur et indiquée comme telle. Ainsi, nul ne pourra se retourner contre TELERATE ou l'AFB si une erreur se glisse dans la phase de transmission des données comme de leur traitement.

- Publication PIBOR :

La source officielle de la référence PIBOR pour le Franc français est la publication AFB TELERATE dont les pages écran (annexe 6) sont les suivantes :

|                           |            |
|---------------------------|------------|
| PIBOR FRF (et ECU)        | page 20041 |
| PIBOR Moyennes mensuelles | page 20050 |

Le serveur REUTERS donne les valeurs journalières sur la page PIBO. Sur Minitel il faut interroger le 36.17 code AFB.

### 1.2.2. P1C ou PIBOR un mois Capitalisé

Indice construit mathématiquement comme le TAM, on peut en donner la définition suivante :

#### *Définition du PIC*

Pour un mois donné, le P1C, PIBOR 1 mois capitalisé, est le taux de rendement d'un placement mensuel à intérêts composés, renouvelé chaque fin de mois pendant les douze mois écoulés, étant entendu que le taux de référence pour le calcul des intérêts est le taux moyen mensuel des PIBOR FRF à échéance d'un mois.

Ce calcul est effectué en tenant compte du nombre de jours exact des différents mois en cause et d'une année de 360 jours.

#### *Formulation du PIC*

Exprimée en % la valeur du PIC pour le mois M est :

$$P1C_M = \left[ \prod_{m=M-11}^{m=M} \left( 1 + \frac{T_m}{100} \times \frac{q_m}{360} \right) - 1 \right] \times 100 \quad (3)$$

Avec :

$m$  = les douze mois consécutifs d'une période de référence annuelle commençant le mois  $M - 11$ .  
 $q_m$  = nombre de jours du mois  $m$ .  
 $T_m$  = PIBOR 1 mois moyen du mois  $m$  de la période de référence, tel que publié par TELERATE,

$T_m = \frac{\sum_{i=1}^{i=q_m} P1M_i}{q_m}$  où  $P1M_i$  est le PIBOR un mois du jour  $i$ .  $T_m$  est arrondi par défaut à la cinquième décimale.

Il est entendu que les jours sans marché on applique le dernier taux publié, comme pour le TMM.

#### *Arrondi commercial*

Le P1C est publié avec cinq chiffres décimaux sur lesquels il a été pratiqué un arrondi commercial.

#### *Date et Publication (Voir l'annexe 4)*

Le P1C est calculé officiellement par la Caisse des Dépôts et Consignations depuis le mois de juin 1990.

#### *Exemple de calcul*

Pour le mois de décembre 1995 on a pour la moyenne mensuelle :

$$T_{1295} = \frac{\sum_{i=1}^{i=31} P1M_i}{31} = \frac{170,96477}{31} = 5,51499258 \%$$

tronqué à :

$$T_{1295} = 5,51499 \%$$

Et pour le PIC on a :

$$PIC_{1295} = \left[ \left( 1 + \frac{31 \times 5,60105}{36000} \right) \left( 1 + \frac{28 \times 5,57156}{36000} \right) \dots \left( 1 + \frac{30 \times 5,83632}{36000} \right) \left( 1 + \frac{31 \times 5,51499}{36000} \right) \right] - 1$$

$$= 0,068860893 \text{ soit } 6,8860893 \%$$

arrondi à :

$$PIC_{1295} = 6,88609 \%$$

### **1.2.3. P3M ou PIBOR Trois Mois Moyenné**

- *Définition du P3M*

Le P3M, PIBOR trois mois moyenné d'un mois donné est égal à la moyenne arithmétique des équivalents actuariels des PIBOR trois mois moyens mensuels des douze mois écoulés.

Les essais pratiques montrent que l'on obtient ainsi un très bon estimateur de la moyenne annuelle des équivalents actuariels de PIBOR 3 mois quotidiens.

- *Formulation du P3M*

Exprimée en pourcentage, la valeur du P3M pour le mois M est :

$$P3M_M = \frac{1}{12} \sum_{m=M-11}^{m=M} \left[ \left( 1 + \frac{T_m}{100} \times \frac{365}{360 \times 4} \right)^4 - 1 \right] \times 100 \quad (4)$$

Avec :

m = les douze mois consécutifs d'une période de référence annuelle commençant le mois M - 11,

T<sub>m</sub> = moyenne arithmétique des PIBOR 3 mois du mois m, soit :

$$T_m = \frac{\sum_{i=1}^{i=q_m} P_i}{q_m}$$

avec :  $P_i$  = PIBOR 3 mois du jour  $i$   
 $q_m$  = nombre de jours du mois  $m$

Il est entendu que les jours sans marché, on applique le dernier taux publié comme pour le TMM.

Il est bon de rappeler que :

- les taux journaliers sont publiés avec cinq chiffres décimaux.
- les taux moyens mensuels, les  $T_m$  ci-dessus, sont publiés avec 5 chiffres décimaux après troncature.
- cet indice de référence très peu utilisé n'est pas publié officiellement.

#### 1.2.4. P3R ou PIBOR Trois Mois Révisable

Le P3R est cité là pour compléter la liste des sigles actuellement utilisés par le marché dans le domaine du PIBOR, mais comme très souvent, il y a confusion de langage entre l'indice de référence et le type d'emprunt.

P3R désigne les emprunts dits révisables, donc à coupon prédéterminé ; l'indice de référence est ici simplement le PIBOR 3 mois d'un jour déterminé.

La date de référence pour la fixation du taux est actuellement  $j - 2$  ouvrés,  $j$  étant le jour de détachement du coupon précédent.

• *Exemple* : Ainsi en 1995, le lundi 18 décembre, deux jours avant l'échéance des coupons du 20, le PIBOR FRF à trois mois, soit 5,22656 % a été retenu pour calculer la valeur des coupons à détacher le mercredi 20 mars 1996.

## 2. LES INDICES LIES AUX BONS DU TRESOR A TAUX FIXE ET A INTERETS PRECOMPTEES (BTF)

Depuis le 1er janvier 1987 le Trésor émet des OAT à taux variable dont l'intérêt nominal est lié au rendement des bons du Trésor à intérêts précomptés à treize semaines, tel qu'il est constaté au cours des adjudications hebdomadaires.

Depuis le 1er janvier 1993, pour chaque adjudication de BTF, la Banque de France établit le taux postcompté moyen pondéré. Les soumissions sont effectuées en taux de rendement postcompté ou in fine (en %) avec deux décimales, la pondération est faite sur le montant nominal de chaque tranche. On détermine ainsi le taux postcompté moyen pondéré par le montant des soumissions.

Avec les notations :

PE = prix d'émission

VN = valeur nominale

te = taux d'escompte

ta = taux actuariel (en %)

n = nombre de jours des BTF (moins d'un an)

On a en partant de la définition du taux d'escompte :

$$PE = VN \left( 1 - \frac{n \times te}{36000} \right) \quad (5)$$

et de celle du taux postcompté :

$$VN = PE \left( 1 + \frac{n \times tr}{36000} \right) \quad (6)$$

de ces deux expressions on tire la relation :

$$\boxed{te = \frac{tr}{1 + \frac{n}{360} \times \frac{tr}{100}}} \quad (7)$$

D'autre part on a également, le taux ta qui par définition est tel que :

$$PE = \frac{VN}{\left( 1 + \frac{ta}{100} \right)^{\frac{n}{365}}} \quad (8)$$



en égalant les valeurs de PE données par les relations (6) et (8) on obtient pour le taux actuariel :

$$ta = \left[ \left( 1 + \frac{n \times tr}{36000} \right)^{\frac{365}{n}} - 1 \right] \times 100 \quad (9)$$

Toutes les correspondances entre ces trois taux  $te$ ,  $tr$  et  $ta$  figurent dans un tableau, objet de **l'annexe 6**.

On peut à partir de là dégager trois taux relatifs aux Bons du Trésor à treize semaines.

## **2.1. THB ou taux hebdomadaire des Bons du Trésor**

- *Définition*

Le taux hebdomadaire des Bons du Trésor à treize semaines, ou THB, est égal au taux de rendement actuariel annuel correspondant au taux postcompté pondéré constaté lors des adjudications hebdomadaires de Bons du Trésor à taux fixe et à intérêt précomptés à treize semaines.

- *Arrondi*

Un arrondi commercial sur la deuxième décimale est pratiqué.

- *Date d'effet*

Les adjudications de Bons du Trésor ont lieu chaque lundi, ou si le lundi est férié, en principe le jour ouvré suivant. La date de règlement correspondante est généralement fixée au jeudi suivant. Le THB d'une semaine donnée est réputé daté du jeudi de la dite semaine, qui peut être ouvré ou non, voire d'un mois différent du mois de l'adjudication. Le THB est publié par la Caisse des Dépôts et Consignations le jour même de chaque adjudication hebdomadaire (en principe le lundi).

## **2.2. TMB ou Taux Moyen Mensuel des Bons du Trésor**

- *Définition*

Le TMB ou taux moyen mensuel des Bons du Trésor à treize semaines, est un indice mensuel. Il est égal, pour un mois donné, à la moyenne arithmétique simple des THB des jeudis compris dans le mois ; il est connu de façon définitive dès le dernier jeudi du mois.

- *Arrondi*

Le TMB est arrondi commercialement à la deuxième décimale.

- *Publication*

Le TMB est publié par la Caisse des Dépôts et Consignations en même temps que le dernier THB du mois. En cours de mois, la Caisse des Dépôts publie chaque lundi la moyenne des THB connus depuis le début du mois.

Cette moyenne, appelée "taux moyen depuis le début du mois", est également arrondie commercialement à la deuxième décimale.

## **2.3. TRB Taux postcompté des Bons du Trésor**

- *Définition*

Le taux de rendement moyen pondéré postcompté des Bons du Trésor est le taux annuel  $tr$ , constaté lors de l'adjudication hebdomadaire de Bons du Trésor à taux fixe et à intérêts précomptés à treize semaines.

## **3. LES INDICES LIES AU MARCHÉ PRIMAIRE OBLIGATAIRE**

Ces indices ne sont plus utilisés pour les émissions nouvelles, mais l'ont été jusqu'au mois de décembre 1986.

### **3.1. Définitions du THO et du TMO**

Les indices THO, Taux Hebdomadaires Obligataires, se rapportent à une semaine donnée, les indices TMO, Taux Mensuels Obligataires à un mois donné. Ils sont calculés à partir des taux actuariels bruts unitaires et sans frais des émissions obligataires à taux fixe lancées sur le marché français.

Ils forment deux groupes d'indices, le premier est relatif au secteur public et le second au secteur privé.

Chaque émission pour être retenue pour le calcul d'un indice doit répondre à certains critères de sélection décrits plus loin.

#### **3.1.1. Secteur Public - Secteur Privé**

Sur le marché obligataire français les émissions, le jour de leur lancement, sont réparties en deux secteurs uniquement. Pour faire partie du secteur public un emprunt doit :

- soit avoir la garantie de l'Etat quel que soit l'émetteur ;
- soit être émis par un Etablissement Public ;
- soit être émis par un émetteur dont la liste est donnée en annexe 4.

L'inscription d'un nouvel émetteur dans la dite liste sera déterminée en fonction notamment des critères suivants :

- situation de monopole ou secteur non concurrentiel ;
- activité de service public ou d'intérêt général.

A défaut, l'émission sera du secteur privé.

### **3.1.2. Du Taux "à l'émission" au Taux "au règlement"**

Jusqu'en octobre 1982, les taux actuariels pris en compte étaient des taux "à l'émission", c'est à dire calculés à la date de publication au BALO (Bulletin d'Annonces Légales et Obligatoires) ou au Journal Officiel. On parlait alors de TMO (public ou privé ) "à l'émission".

Depuis novembre 1982, les taux actuariels retenus sont calculés "au règlement", c'est-à-dire en actualisant les flux de l'emprunt à la date de versement des fonds par le souscripteur, ou date de règlement.

Les THO - TMO à l'émission sont définitivement et depuis le 1<sup>er</sup> juillet 1991 égaux aux THO - TMO au règlement. En effet, les pratiques de marché ne justifient plus la persistance d'un calcul à la date du BALO.

*Remarque* : Le mois de janvier 1987 a vu la naissance d'un nouvel indice de référence, le THE, et son complément le TME, lié au marché secondaire des emprunts d'Etat à long terme. Pour les nouvelles émissions obligataires ces taux ont progressivement remplacé le TMO jusqu'à son abandon complet. Le TMO ne subsiste maintenant que pour les anciens emprunts dont les derniers arriveront à leur terme en 2002. Seuls resteront alors sur le marché obligataire quelques titres participatifs et TSDI, Titres subordonnés à durée indéterminée.

## **3.2. Critères de sélection des emprunts**

Les emprunts à taux fixe pris en compte dans les calculs des THO et TMO répondent aux critères suivants :

- les emprunts sont émis en France libellés en Francs Français, et intégralement réglés en espèces ;
- les emprunts doivent avoir un montant nominal à l'émission de 500 millions minimum hors CODEVI. Pour les emprunts émis en plusieurs tranches à taux faciaux égaux ou différents, où le choix est laissé à l'obligataire de souscrire à telle ou telle tranche, on répartira pour le calcul du THO le montant global en parts égales entre les différentes tranches. Chaque tranche devra être au moins égale à 500 M.F. ;
- les emprunts doivent être à taux fixe, avec versements annuels d'intérêt pendant la quasi-totalité de la durée de l'emprunt ;
- les emprunts doivent avoir une durée à la date de règlement, supérieure ou égale à sept ans (voir avis SBF n° 93-2695 du 28/09/93 en annexe 10). Ce critère est utilisé depuis le 19/08/93 ;
- les emprunts ne doivent pas être échangeables contre des titres à taux variable ou à taux fixe ni avoir de clause de report d'intérêt ou de subordination d'intérêt ou de remboursement ;

- les emprunts à caractéristiques optionnelles de rémunération ou de remboursement ne sont pas retenus ;
- les emprunts ayant des caractéristiques liées aux actions ne sont pas retenus ;
- les emprunts dont le volume d'émission n'est pas connu en même temps que les autres caractéristiques ne sont pas retenus. C'est notamment le cas des émissions dites "permanentes" ou "au robinet". En revanche, si un minimum supérieur ou égal à 500 millions est fixé, ils sont à inclure pour ce minimum.
- tout emprunt ayant des caractéristiques ne permettant pas de retenir ou de rejeter, a priori, celui-ci pour le calcul du TMO, selon les critères précédemment énoncés, ne sera pris en compte dans le calcul du TMO qu'après accord du CNO.

Les règles de sélection sont identiques pour les THO - TMO des secteurs public et privé. Seuls les volumes indiqués dans les BALO de lancement des émissions interviennent dans les calculs des THO et TMO même s'ils sont modifiés au cours de la période de souscription.

### **3.3. Critères de sélection des taux**

Comme il a été dit précédemment les taux annoncés au BALO et publiés dans les notes d'information sont les taux au règlement.

Cela étant, quelques cas particuliers peuvent se présenter, les règles à suivre sont alors :

- emprunts comportant une clause de rachat : le taux à retenir pour les calculs est le moins élevé entre le taux tout-tirage et le taux tirage-rachat.
- emprunts à deux tranches assimilables à un même emprunt antérieurement émis, la première immédiatement, la deuxième ultérieurement : l'émission en deux tranches est fondue en une seule de montant égal au montant total, émis. Le taux à retenir au cas où l'une des tranches aurait un taux différent de l'autre est toujours le plus petit des deux.

Exemple tiré du BALO du 18 Février 1991.

FINANSDER 9,50 % 1998 - 500 M.F.

Taux au règlement :

Assimilation = 9,3254 % arrondi à 9,33 %

Assimilation = 9,3234 % arrondi à 9,32 %

Taux retenu = 9,32 %

### **3.4. Règles de calcul**

Notations utilisées :

$i$  = index des BALO  $1 \leq i \leq 5$ ,

$N$  = Nombre de BALO pris en compte depuis le début du mois pour le calcul du taux moyen à la date de calcul  $j$ ,

$n_i$  = Nombre d'émissions retenues dans le BALO  $i$  pour le calcul du THO du BALO  $i$ ,

$h$  = Index d'émissions du BALO  $i$ ,  $1 \leq h \leq n_i$ ,

$V_h$  = Volume de l'émission  $h$  du BALO  $i$ ,

$U_h$  = Taux actuariel brut au règlement de l'émission  $h$  du BALO  $i$ .

- Le taux moyen au règlement du BALO  $i$  est  $b_i$  tel que :

$$b_i = \frac{\sum_{h=1}^{h=n_i} V_h \times U_h}{\sum_{h=1}^{h=n_i} V_h}$$

Ce taux est le THO du BALO  $i$ , il est arrondi commercialement à la deuxième décimale.

- Le taux moyen de rendement au règlement des emprunts émis entre le début du mois en cours et la date de calcul  $j$  est  $t_j$  tel que :

$$t_j = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \left( \sum_{h=1}^{h=n_i} V_h \times U_h \right)}{\sum_{i=1}^{i=N} \left( \sum_{h=1}^{h=n_i} V_h \right)}$$

Ce taux est le TMO depuis le début du mois, il est arrondi commercialement à la deuxième décimale.

### **3.5. Date de prise en compte des indices de référence.**

Depuis le premier jeudi de mai 1987 :

- est compris dans le calcul du THO, Taux Hebdomadaire Obligatoire, d'une semaine  $i$  donnée, l'ensemble des émissions lancées officiellement du mardi de la semaine  $i - 1$  au lundi de la semaine  $i$ , ces deux jours inclus. Il faut entendre par officiellement, soit que les caractéristiques et conditions aient été publiées dans un journal officiel, soit que l'émetteur ait procédé à une adjudication. Dans ce dernier cas seront pris en compte le taux de rendement moyen et le montant global accepté (volume) tels qu'ils figurent sur le procès verbal de l'adjudication.
- les THO sont validés et datés le jeudi après avoir été publiés dans les jours qui précèdent.
- le TMO, Taux Mensuel Obligatoire, est calculé à partir des émissions intervenant dans les THO de tous les jeudis appartenant au mois considéré.

Exemple : LA C.A.E.C.L. a procédé le jeudi 30 juillet 1987 à une adjudication. Le procès verbal de cette adjudication a été établi et rendu public le même jour. Le taux de rendement moyen de l'adjudication 9,97 % a finalement représenté la valeur du THO du jeudi 6 août 1987 ; il a été publié le 3 août par la Caisse des Dépôts et Consignations. Cette émission du 30 juillet a fait partie des émissions qui ont formé le TMO du mois d'août 1987.

L'annexe 5 présente un exemple de calcul des THO et TMO au fil des BALO.

### **3.6. Indices de substitution du TMO**

Il n'existe à proprement parler pas d'indice de substitution officiel du TMO.

Cependant, de nombreux contrats d'émission référencés sur l'indice TMO, utilisent comme taux de substitution du TMO public (respectivement privé) d'un mois donné, la dernière valeur hebdomadaire, pour le mois considéré, de l'indice "Taux de rendement brut, sur le marché secondaire, du secteur public à long terme (respectivement du secteur privé)". Ces indices, HPU et HPR, sont calculés et publiés par la Caisse des Dépôts et Consignations ; ils sont aussi publiés au bulletin mensuel de l'INSEE.

### **3.7. Publication**

Les indices THO et TMO sont calculés par la Caisse des Dépôts et Consignations. Il en est de même de la moyenne, pondérée par les volumes, des THO du mois en cours appelé "TMO depuis le début du mois".

Ces indices sont publiés chaque lundi dans la publication de la CDC intitulée "Taux des Marchés Monétaire et Obligataire Intérieurs" (Annexe 3).

La Caisse des Dépôts et Consignations les publie dès le vendredi précédent sur d'autres supports.

### **3.8. Recommandation du Comité de Normalisation Obligataire**

Le CNO recommande de ne plus utiliser les indices TMO qui seront amenés à disparaître.

## 4. LES INDICES LIES AU MARCHE SECONDAIRE DES EMPRUNTS D'ETAT

### 4.1. Les indices CNO-TEC ®

#### 4.1.1. Définition

L'indice quotidien CNO-TEC  $n$  ®, Taux de l'Echéance Constante  $n$  ® ans, pour  $n$  variant de 1 à 30, est le taux de rendement actuariel d'une valeur du Trésor fictive dont la durée de vie serait à chaque instant égale à  $n$  années. Ce taux est obtenu par interpolation linéaire entre les taux de rendement actuariels annuels des 2 valeurs du Trésor qui encadrent au plus proche la maturité  $n$  années théorique. Chaque indice CNO-TEC ® du jour  $j$  est calculé à partir de cotations de SVT-CVT relevées à 10 heures. Ces cotations seront à valeur en date de règlement / livraison théorique, notée D R/L, selon les normes en usage sur la place sur le marché secondaire et pour le segment de marché considéré ; actuellement  $j + 1$  ouvré pour les BTAN (Bons du Trésor à taux fixe et intérêts annuels) et  $j + 3$  ouvrés pour les OAT (Obligations Assimilables du Trésor).

#### 4.1.2. Algorithme de fixage des CNO-TEC ®

Le CNO se réserve le droit de modifier ces méthodes dans l'hypothèse où l'algorithme se révélerait impropre.

##### 4.1.2.1. Valeurs de référence

Les valeurs de référence retenues sont systématiquement des titres émis par le Trésor. Le CNO constitue chaque jour ouvré  $j$  un échantillon de valeurs du Trésor à taux fixe, in fine et à intérêts annuels répondant à différents critères, encours minimum, dates d'échéance des coupons, etc... Les critères de sélection sur l'encours portent sur l'encours effectivement réglé à la date de calcul. Dans le cas où deux valeurs de référence ont la même maturité, c'est la dernière émise ou réémise qui est retenue.

Parmi cet échantillon, le CNO retient pour chaque CNO-TEC ® d'échéance  $n$ , les deux valeurs du Trésor dont les dates d'échéance encadrent la date  $j + \text{délai de R/L} + n$  ans, où délai de R/L représente le délai de règlement / livraison théorique en usage sur la place sur le marché secondaire et pour la valeur de référence retenue (actuellement  $j + 1$  ouvré pour les BTAN et  $j + 3$  ouvrés pour les OAT).

Si, le jour  $j$ , l'une des valeurs du Trésor de l'échantillon a sa date d'échéance exactement égale à la date  $j + \text{délai de R/L} + n$  ans, alors seule cette valeur du Trésor est retenue comme valeur de référence pour le fixage du CNO-TEC ®.

Pour chaque CNO-TEC ®, en début de chaque semestre, le CNO communique au Trésor et aux SVT-CVT un échéancier prévisionnel sur 6 mois des deux valeurs du Trésor de référence retenues selon la méthode décrite ci-dessus. Cet échéancier est mis à jour en cours de semestre aussi souvent que nécessaire (nouvelle émission, changements d'encours,...).

#### 4.1.2.2. Collecte des cotations des SVT-CVT et liste des SVT-CVT

Les cotations à collecter sont des prix ou des taux - en fonction des usages de place en vigueur sur chaque valeur de référence - du marché secondaire offerts et demandés. Les prix collectés sont à deux décimales et sont exprimés en pied de coupon et en pourcentage du nominal. Les taux sont collectés à trois décimales. Ces cotations sont à valeur en date D R/L.

Chaque jour ouvré à 10 Heures, le CNO récupère sur les pages réservées au CNO-TEC ® des SVT-CVT les cotations du marché secondaire sur les valeurs du Trésor de référence à utiliser pour le fixage des CNO-TEC ®. Les SVT-CVT confirment par télécopie ces cotations. Le CNO affiche ensuite les cotations de chacun de ces SVT-CVT sur la page CNO réservé au CNO-TEC ®. Chaque SVT-CVT vérifie sur l'écran le fixing retranscrit par le CNO et le conteste auprès du CNO en cas d'erreur.

La Direction du Trésor informe le CNO en cas de modification de la liste des SVT-CVT.

#### 4.1.2.3. Calcul quotidien des CNO-TEC ®

Tous les résultats suivants ne subissent aucun arrondi, seul le CNO-TEC ® est arrondi commercialement à la deuxième décimale. Le CNO procède au calcul des CNO-TEC ® à partir des données décrites précédemment. Pour ce faire, le CNO :

- s'assure qu'il existe au moins neuf SVT-CVT ayant transmis leurs cotations, faute de quoi la clause de substitution indiquée au paragraphe 4.1.2.4. serait appliquée.
- calcule pour chaque valeur de référence et pour chaque SVT-CVT une cotation milieu de fourchette par moyenne arithmétique.
- élimine pour chaque valeur de référence les quatre cotations extrêmes vers le haut et les quatre cotations extrêmes vers le bas.
- établit une cotation moyenne inter SVT-CVT pour chaque valeur de référence en faisant une moyenne arithmétique simple des cotations des SVT-CVT retenus.
- convertit le cas échéant les deux prix moyens des valeurs de référence en taux actuariels valeur en date D R/L par la méthode CNO. Cette méthode est décrite dans le chapitre 7.
- calcule chaque CNO-TEC ® du jour j par interpolation linéaire entre les deux taux précédents.

La méthode d'interpolation retenue est la suivante :



Le CNO-TEC  $n$  ® vaut :

$$\text{CNO - TEC } n = t_1 + (t_2 - t_1) \times \frac{D_n - D_1}{D_2 - D_1}$$

Notations :

- $D_1$  = Date d'échéance de la valeur du Trésor de référence 1,
- $D_2$  = Date d'échéance de la valeur du Trésor de référence 2 ( $D_2 > D_1$ ),
- $D_n$  = Date d'échéance de la valeur du Trésor fictive,  
= Date D R/L\* +  $n$  ans,
- $t_1$  = Taux milieu de la valeur du Trésor de référence 1 de date d'échéance  $D_1$ ,
- $t_2$  = Taux milieu de la valeur du Trésor de référence 2 de date d'échéance  $D_2$ ,
- CNO-TEC  $n$  = Taux de la valeur du Trésor fictive d'échéance constante  $n$  ans.

Remarques :

\* Si D R/L est un 29 février, il faut considérer pour calculer  $D_n$  que D R/L est le dernier jour du mois de février.

$D_j - D_i$  correspond au nombre de jours réels séparant la date  $D_i$  -incluse- de la date  $D_j$  -exclue-.

Tous les calculs précédemment décrits sont également effectués simultanément par la CDC et un autre membre du CNO désigné à cet effet par l'ASVT.

Celui-ci se doit, dans toute la mesure du possible, et sans que sa responsabilité ne puisse être recherchée à quelque titre que ce soit, permettre au CNO de conforter ses calculs avec les siens.

#### 4.1.2.4. Clauses de substitution

Dans le cas où un CNO-TEC ® ne peut être obtenu normalement un jour donné (moins de 9 cotations, panne des systèmes d'information, etc), les clauses de substitution suivantes sont successivement appliquées :

- en premier lieu, communication des cotations des valeurs du Trésor de référence par les SVT-CVT concernés par téléphone ou télécopie au CNO,
- en deuxième lieu sont retenus pour les valeurs du Trésor de référence les premiers cours cotés en bourse de Paris,
- à défaut, le CNO-TEC  $n$  ® du jour sera réputé égal au précédent CNO-TEC  $n$  ® publié.

#### 4.1.3. Publication

Chaque jour ouvré, le CNO se charge de mettre à disposition les indices CNO-TEC ® et les données utilisées pour leur calcul. Pour ce faire, le CNO :

- publie vers 12 Heures sur les principaux systèmes de diffusion d'informations financières en temps réel (Bloomberg, Fininfo, Knight-Ridder, Reuter, Telerate, ...) les cotations des SVT-CVT et les différents CNO-TEC calculés. Les transmissions vers ces diffuseurs se font soit par télécopie, soit par transmission numérique,
- envoie les différents CNO-TEC ® calculés à la presse écrite pour publication le jour ouvré suivant.

#### 4.1.4. Dates

Les CNO-TEC ® de la date j ont comme :

- date de calcul : j vers 10 Heures,
- date de publication : j vers 12 Heures,
- date d'effet : j,
- date de cristallisation : j + 1 ouvré,
- date de validité : j + 1 ouvré.

Chaque indice CNO-TEC ® est daté (date d'effet) du jour de son calcul. Toutefois, dans le cas où un CNO-TEC ® n'a pas pu être obtenu pour un jour j donné et où il a fallu faire appel à un CNO-TEC ® établi précédemment, le CNO-TEC ® de j est réputé avoir été calculé en j et donc daté de j.

#### 4.2. Définition du THE et du TME

Les indices, THE, Taux Hebdomadaire des emprunts d'état et TME, Taux Mensuel des emprunts d'Etat sont les taux de rendement actuariels moyen d'un échantillon d'emprunts, calculés à partir des cours de bourse du dernier jour de bourse de chaque semaine.

Ils répondent aux règles définies ci-après.

##### 4.2.1. Echantillon des Emprunts d'Etat à long terme

- *Règles de composition de l'échantillon*

- Emprunts d'Etat à taux fixe, amortissables et sans clause d'indexation.
- Prochaine échéance de remboursement dans plus de sept ans à la date de calcul. Pas de limite supérieure pour la durée.
- Pas de limite d'encours, ni inférieure, ni supérieure.
- Coupon régulier de périodicité au maximum annuelle, sauf éventuellement pour le premier coupon
  - pas d'ORT, Obligation Renouvelable du Trésor.
- Emprunts à option d'échange :
  - inclus si l'option est matérialisée par un bon d'échange séparé,
  - exclus dans le cas inverse.
- Emprunts à option de prorogation :
  - inclus si l'option est dite "au taux du moment", c'est à dire au taux en vigueur à la prorogation éventuelle, la durée à retenir est celle alors correspondant à la sortie normale.
- Tout emprunt ayant des caractéristiques ne permettant pas de retenir ou de rejeter, a priori, celui-ci pour le calcul du TME, selon les critères précédemment énoncés, ne sera pris en compte dans le calcul du TME qu'après accord du CNO.
- Le critère "Taux nominal supérieur à 6%" n'est plus pris en compte depuis le 26/11/93 (voir avis SBF n° 93.3032 du 29/10/93 en annexe 11).

- *Règles d'exclusion temporaire de l'échantillon (fig. 1)*

- Période d'exercice d'option dans moins de 15 jours ou depuis moins de 8 jours et la période elle-même.
- Pas de cours coté à la date de calcul.
- Pas d'exclusion des emprunts qui seraient inclus dans l'échantillon tout en disposant d'une option exerçable à tout moment.

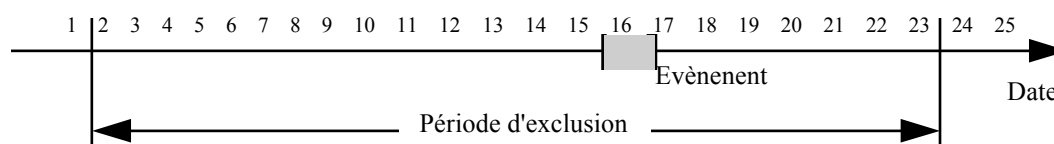


FIGURE 1

- *Mise à jour de l'échantillon*

- La mise à jour est quotidienne : les nouveaux emprunts y entrent dès leur première cotation et les anciens en sortent le jour du coupon à sept ans de la maturité.

Les encours des emprunts, type OAT, émis par adjudication sont modifiés aux dates données dans les avis publiés à la Cote. Il en est de même pour tous les emprunts de l'échantillon quand le Trésor publie des indications sur le montant de la dette publique, en principe mensuellement.

#### 4.2.2. Modalités de calcul de l'indice

- L'indice officiel est la moyenne des taux de rendement actuariel net de chacun des emprunts de l'échantillon, validés le jour du calcul. Cette moyenne est pondérée par les encours.
- Le cours retenu pour le calcul du taux est le premier cours.
- Les taux actuariels sont des taux nets "acheteur" avec frais unitaires sans application du minimum de courtage, ce jusqu'au 30 juin 1989. Depuis le 1<sup>er</sup> juillet 1989 les taux actuariels sont sans frais.
- Tous les calculs intermédiaires sont conduits sans arrondi à partir des taux individuels de chaque emprunt exprimés avec deux chiffres décimaux sur lesquels a été pratiqué un arrondi commercial.
- L'encours de chaque emprunt est pris pour sa valeur nominale exacte en francs. Le taux moyen résultant fait l'objet d'un arrondi commercial à la deuxième décimale.

#### 4.2.3. Périodicité

La Caisse des Dépôts et Consignations calcule chaque semaine l'indice de taux de la séance de Bourse du dernier jour de bourse de la semaine (en principe le vendredi). Les indices qui ne sont pas calculés le vendredi sont réputés être du vendredi. Pour une semaine donnée, cet indice est le taux hebdomadaire des emprunts d'Etat à long terme, il est appelé THE.

En outre, la Caisse des Dépôts et Consignations calcule pour un mois donné, le taux moyen mensuel des emprunts d'Etat à long terme appelé TME. Il est égal à la moyenne arithmétique simple des taux hebdomadaires du mois, cette moyenne comprend tous les vendredis du mois considéré qu'ils soient

ouvrés ou non. Sa valeur est donnée avec deux chiffres décimaux sur lesquels a été opéré un arrondi commercial.

#### **4.2.4. Emprunts d'Etat**

Depuis le 1<sup>er</sup> janvier 1987, le THE est devenu le taux de référence des emprunts d'Etat à taux variable ainsi que celui des CNB et CNI.

#### **4.2.5. Publication**

La Caisse des Dépôts et Consignations publie les THE et TME le jour du calcul, sur différents supports et dans la Cote Officielle des Bourses Françaises le jour ouvré suivant. L'INSEE publie les taux mensuels dans le BMS, Bulletin Mensuel de Statistique à la rubrique BOURSE - Taux de rendement et d'intérêt.

On trouvera en annexe 1 un état qui donne les calculs effectués le 28 juin 1996 sur les échantillons des emprunts d'Etat permettant les calculs de l'indice long terme THE ainsi que de l'indice des emprunts d'Etat court terme.

Ces taux se retrouvent dans le premier tableau de l'annexe 2, fac simulé de la publication hebdomadaire de la C.D.C., diffusée par FICOM, "Taux des Marchés Monétaire et Obligataire Intérieurs".

Tirée du même document, l'annexe 3 donne l'ensemble des indices de référence calculés par la C.D.C. Cette publication est hebdomadaire.

### **5. AUTRES INDICES OFFICIELS**

En dehors de ces indices de référence utilisés par le marché obligataire, la Caisse des Dépôts et Consignations calcule chaque jour les taux moyens des différents échantillons représentatifs du marché secondaire.

#### **5.1. Présentation des échantillons**

Les emprunts sont :  
    émis en France,  
    libellés en francs français,  
    à taux fixe,  
    sans clause d'indexation.

Depuis le 1<sup>er</sup> janvier 1987, les taux de rendement net et brut, la vie moyenne et le taux nominal moyen sont pondérés par les encours théoriques en circulation des emprunts retenus pour chacun des échantillons.

Les taux officiels sont ceux du dernier jour de bourse de la semaine. En cas d'absence générale de cotation ce jour là, ce sont les derniers taux calculés qui seront pris en compte.

Depuis le mois de juillet 1989, les taux de rendement sont calculés "net de frais" suite à la libération des tarifs de courtage.

Les emprunts à taux fixe sélectionnés sont classiques, sans lot, sans clause d'option ou d'échange intégrée, sans indexation sur le coupon ou le capital et sans option de remboursement anticipé.

Les emprunts émis partiellement libérés ne sont intégrés dans un échantillon que huit jours après la date du dernier règlement.

Les emprunts court terme sont à plus de 3 ans et à moins de 7 ans d'échéance finale.

L'encours d'un emprunt du secteur public ou privé doit être d'au moins trois milliards de francs, sauf s'il fait partie de l'échantillon public court terme fiscalisé auquel cas le minimum est fixé à cinq cents millions de francs.

## **5.2. Emprunts d'Etat**

La mise à jour est immédiate et se fait le jour même de la sortie ou de l'entrée d'un emprunt d'Etat dans l'un des deux échantillons court terme ou long terme.

## **5.3. Secteur public**

L'échantillon public court terme fiscalisé est composé exclusivement d'emprunts émis avant le 1er janvier 1987 par des emprunteurs nationaux.

Les échantillons secteur public court terme non fiscalisé et secteur public long terme non fiscalisé sont composés exclusivement d'emprunts non soumis au régime du crédit d'impôt, donc soit émis après le 1er janvier 1987, soit émis par un organisme supranational.

Les échantillons court terme fiscalisé, court et long terme non fiscalisé sont mis à jour trimestriellement.

## **5.4. Secteur privé**

L'indice n'est plus composé que d'emprunts non fiscalisés. Cet échantillon est mis à jour trimestriellement.

## **5.5. Règles d'exclusion temporaire des échantillons**

Les règles d'exclusion temporaire des échantillons sont les mêmes que celles énumérées pour l'indice de référence THE au 4.2.1. S'ajoute à la liste, l'exclusion en cas de perte de droit au tirage : l'événement à prendre en considération est le premier jour de la perte de droit.

## **5.6. Publication**

Ces taux sont publiés dans le document de la Caisse des Dépôts et Consignations "Taux des Marchés Monétaires et Obligataire Intérieurs" (Annexe 2).

## **5.7. Règles d'inclusion/exclusion applicables lors des mises à jour d'échantillons**

L'établissement de mises à jour trimestrielles des échantillons d'indices C.D.C. a conduit à la définition de règles complémentaires à celles déjà existantes.

- *Retrait définitif d'un emprunt*

Lorsque les critères d'échéance ne sont plus applicables pour un emprunt pendant toute la durée du trimestre à venir, cet emprunt est retiré de l'échantillon dès le premier jour du trimestre.

- *Introduction d'un emprunt pour un trimestre donné*

Pour une mise à jour trimestrielle, les emprunts émis à la fin du trimestre  $n - 1$  et cotés après le début du trimestre  $n$  seront introduits dans les échantillons dès leur cotation afin de ne pas écarter pendant près de trois mois des emprunts dont les encours seraient élevés.

De même, si l'encours d'un emprunt émis au trimestre  $n - 1$  est inconnu lors de la mise à jour du trimestre  $n$ , il sera introduit dans l'échantillon de sa catégorie dès que son encours sera connu, et seulement dans la mesure où cet encours dépasse le seuil minimum.

- *Ajustement d'un encours après assimilation*

De la proposition précédente découle celle d'ajuster en temps réel l'encours des emprunts déjà retenus dans l'échantillon lorsqu'il y a émissions de tranches assimilables immédiatement. De même lorsqu'un emprunt a un encours inférieur au minimum défini pour appartenir à l'échantillon de sa catégorie, et qu'une tranche assimilable fait passer son encours au-dessus de ce minimum, l'emprunt en question sera introduit à la date d'assimilation.

- *Prise en compte des modifications trimestrielles*

Les échantillons modifiés sont à utiliser pour le calcul des taux dès le premier jour de chaque trimestre.

Toutefois, si la Caisse des Dépôts et Consignations n'est pas en mesure d'établir les taux pour le premier jour d'un trimestre donné (jour férié, emprunts non cotés...), les taux à prendre en considération seront ceux calculés le dernier jour de bourse ouvré précédent, taux déterminés à partir des échantillons retenus pour les calculs de taux du trimestre antérieur.

Les règles décrites ci-dessus concernant des modifications trimestrielles, sont applicables à toutes les séries autres que les séries fonds d'Etat (court terme, long terme et gisement MATIF) et dont la mise à jour est quotidienne.

### **CHAPITRE 3**

#### **DEFINITIONS ET NOTATIONS GENERALES**

## Définition de l'arrondi

On distingue trois sortes d'arrondi :

- l'arrondi par défaut ou troncature,
- l'arrondi par excès ou arrondi supérieur,
- l'arrondi au plus près souvent dit commercial.

1 - **L'arrondi par défaut** ou troncature est un abandon pur et simple de chiffres : la troncature sur la n ième décimale consiste à abandonner tous les chiffres décimaux de rang n + 1 et au-delà.

Exemple :

Soit un taux égal à 8,0284964

En arrondissant par défaut à quatre décimales on a :

8,0284

2 - **L'arrondi par excès** ou arrondi supérieur est un forçage à une valeur supérieure :

Pour un arrondi par excès à la n ième décimale, cette dernière sera forcée à la valeur supérieure pour autant que les chiffres au-delà du n ième ne soit pas tous égaux à zéro.

Exemple :

Soit un taux égal à 8,0289001

En arrondissant par excès à quatre décimales on a :

8,0290

3 - **L'arrondi au plus près** ou **commercial** sur la n ième décimale se pratique de la manière suivante :

le n +1 ième chiffre après la virgule étant supérieur ou égal à cinq, l'arrondi est fait par excès.

Dans le cas inverse il est fait par défaut.

Exemple :

Soit un taux égal à 8,0284764

L'arrondi commercial sur la quatrième décimale donne :

8,0285



La diversité des emprunts et des références, en particulier pour les emprunts à taux variable, sur le marché français rend obligatoire une analyse du calcul des coupons.

Le plan suivi ici est :

- Définitions et notations générales (chapitre 3)
- Etude des coupons pleins payables et estimés (chapitre 4)
 

Ce chapitre décrit la méthode de calcul d'un coupon qui est détaché. Cette méthode doit être retenue par les services financiers des émetteurs.

Par ailleurs, est également décrite dans ce chapitre la méthode de calcul de coupons pleins estimés, qui détacheront dans le futur, à utiliser pour des calculs de taux actuariel, de marge actuarielle, ou de provisionnement de coupon à payer. Ce calcul est essentiellement utilisé dans le cadre d'aide à la décision pour les front office. Il intègre en conséquence toutes les informations connues. Cette méthode de calcul est basée sur les taux connus à la date  $j$ .
- Etude des coupons courus (chapitre 5)
 

Ce chapitre décrit la méthode de calcul des coupons courus. Ce calcul est utilisé dans un cadre administratif par le post-marché. Il n'intègre en conséquence que des informations à caractère officiel. Cette méthode de calcul est basée sur les taux valides à la date  $j$ .
- Etude des coupons atypiques pleins et courus (chapitre 6)
 

Ce chapitre décrit la méthode de calcul des coupons pleins et courus atypiques. Sont considérés comme atypiques les coupons de durée supérieure à deux ans, et en général les coupons de durée différente des autres périodes de coupon d'un même titre.

## 1. NOTATIONS

Dans tous les développements ultérieurs sur les calculs de coupons les mêmes notations suivantes seront utilisées.

$t_i$  : taux de référence du jour  $i$ , en %,  
 $T_k$  : taux moyen mensuel du taux de référence, en %,

| Tableau des différentes notations du taux      | Notations standard | Notations utilisées pour le calcul du coupon plein (cf. chapitre 4) | Notations utilisées pour le calcul du coupon couru (cf. chapitre 5) |
|------------------------------------------------|--------------------|---------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| Taux de base                                   | tb                 | $tb_D^j$                                                            | $tb_{j+n}^j$                                                        |
| Taux de base margé                             | Tb                 | $Tb_D^j$                                                            | $Tb_{j+n}^j$                                                        |
| Taux de base margé et borné                    | Tbb                | $Tbb_D^j$                                                           | $Tbb_{j+n}^j$                                                       |
| Tous ces taux sont exprimés en %, sans arrondi |                    |                                                                     |                                                                     |

Date  $j$  : date à laquelle le calcul est réputé être fait. Cette date ne peut être postérieure à la date de calcul (en général,  $j$  est la date de négociation),

Date  $D$  : date d'échéance du coupon que l'on cherche à calculer,

Date  $j+n$  : date pour laquelle on cherche la fraction courue du coupon (en général,  $j+n$  est la date de règlement \ livraison théorique),

$cc_{j+n}^j$  : coupon couru net à la date  $j+n$ , exprimé en % du nominal, réputé calculé à la date  $j$ ,

NOM : valeur nominale de l'obligation en francs,  
 CF : coupon brut en francs (coupon plein),  
 CNF : coupon net en francs (coupon plein),  
 CCNF : valeur en francs du coupon couru net en francs,  
 a : coefficient dû à la retenue à la source (en général 0,9 ou 1),  
 ma : marge additive : marge absolue en %, négative ou positive,  
 mr : marge multiplicative : marge relative,  
 d : coefficient d'ajustement du taux de la période,  
     1 pour les coupons annuels,  
      $\frac{1}{2}$  pour les coupons semestriels,  
      $\frac{1}{4}$  pour les coupons trimestriels des emprunts référencés sur le CNO-TEC 10 ®,  
      $\frac{1}{12}$  pour les coupons mensuels de certains FCC,  
      $\frac{\text{nombre de jours réels}}{360}$ , pour les coupons trimestriels des emprunts P3R.

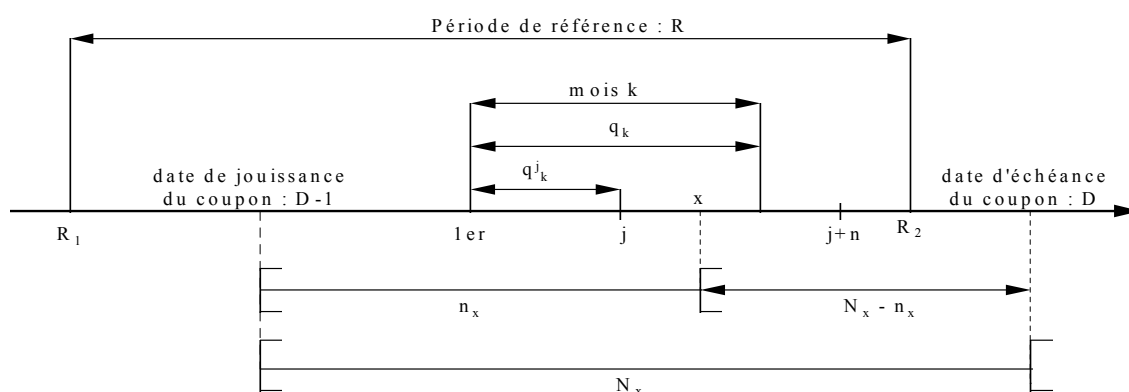


FIGURE 1

$n_x$  : nombre de jours compris entre la date de jouissance -incluse- du coupon qui court à la date  $x$  et la date  $x$  -exclue-,  
 $N_x$  : nombre de jours compris entre la date de jouissance -incluse- du coupon qui court à la date  $x$ , et la date d'échéance -exclue- de ce coupon,  
 $N_x - n_x$  : nombre de jours restant à courir,  
      $x = j+n$  pour le calcul des coupons courus,  
      $= D$  pour le calcul des coupons pleins,  
 $q_k^j$  : nombre de jours du mois  $k$  antérieur à la date  $j$ , celle-ci incluse,  
 $q_k$  : nombre total de jours du mois  $k$  de la période de référence,  
 $R_1$  et  $R_2$  : date de début et date de fin de la période de référence,  
 $r$  : nombre de mois de la période de référence  $R$ .

## 2. EXEMPLE : EMPRUNT REFERENCE TME

Caractéristiques de l'émission :

|                                         |                                          |
|-----------------------------------------|------------------------------------------|
| période de référence                    | $R = [\text{janvier} ; \text{décembre}]$ |
| coupons annuels                         | $d = 1$                                  |
| date d'échéance des coupons :           | 25 janvier (= D)                         |
| date $j = 1^{\text{er}}$ août           |                                          |
| date $x = 4^{\text{e}}$ août (= $j+n$ ) |                                          |

Application de la méthode de calcul :

$$n_{04/08} = 191$$

$$N_{04/08} = 365$$

$$N_{04/08} - n_{04/08} = 174$$

$$q_8^{01/08/94} = 1$$

$$q_8 = 31$$

$$R_1 = 1^{\text{er}} \text{ janvier}$$

$$R_2 = 31 \text{ décembre}$$

$$r = 12$$

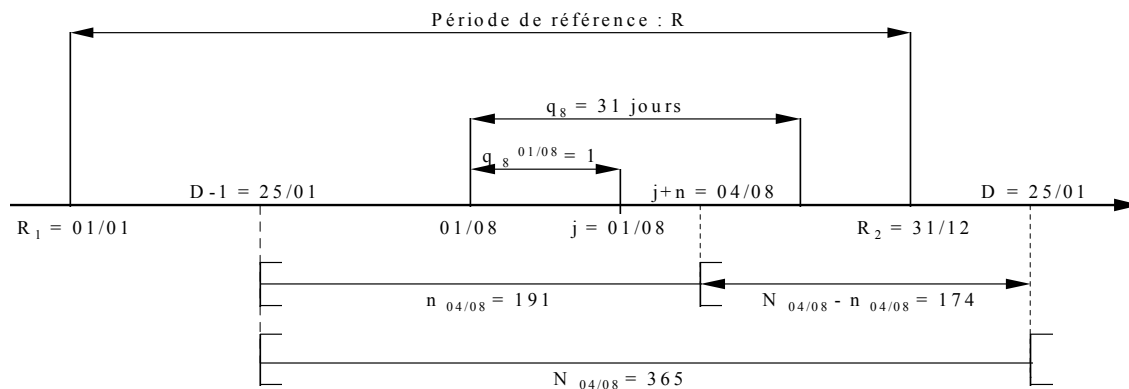


FIGURE 2

## 3. LE TAUX DE BASE, SES MARGES, SES BORNES

### 3.1 Emprunt à taux fixe

Pour les emprunts à taux fixe le taux facial ne possède jamais de marge ni de borne, on a donc toujours :

$T_{bb} = T_b = t_b = \text{taux facial} = \text{taux d'intérêt nominal}$ .

### 3.2 Emprunt à taux variable ou révisable

Dans le cas des emprunts à taux variable ou révisable on procède selon trois étapes, durant lesquelles les calculs intermédiaires ne subissent pas d'arrondi à l'exception de ceux définis pour les indices de référence.

#### 3.2.1. Première étape : le taux de base

La détermination d'un taux de base  $t_b$  est obtenu suivant les trois cas de figure suivants :

- La *capitalisation* mois par mois d'un taux mensuel pendant les  $r$  mois de la période de référence.
- La constitution d'une *moyenne arithmétique* de taux pendant les  $r$  mois de la période de référence.
- Un *taux spot*, déterminé selon des règles précises à partir d'une référence donnée.

Ces taux exprimés en % ont été définis au chapitre précédent.

#### 3.2.2. Deuxième étape : la marge faciale

Détermination du taux de base "*margé*" :  $T_b$ .

Comme les conditions d'émission d'un emprunt peuvent prévoir une marge dite faciale ou contractuelle, il est nécessaire de l'introduire à ce stade.

On obtient avec  $t_b$  exprimé en % :

$$T_b = t_b \times mr + ma$$

où  $ma$  = Marge additive : marge absolue en %, négative ou positive.

$mr$  = Marge multiplicative : marge relative, exprimée par un coefficient rapporté à 1.

Exemples :

a) CNO-TEC 10 - 1,00 %

avec : CNO-TEC 10 = 6,51 %

$t_b = 6,51$  %

$ma = -1,00$  % et  $mr = 1$

$T_b = 6,51 - 1,00 = 5,51$  %

b) 90 % du TME

avec : TME = 6,62 %

$t_b = 6,62$  %

$ma = 0$  et  $mr = 0,90$

$T_b = 6,62 \times 0,9 = 5,958$  %

#### 3.2.3. Troisième étape : les limites du taux

Arrivé à ce stade du calcul intervient le "*bornage*" : Tbb.

a) un taux minimum, noté Tmin, a été prévu au contrat d'émission :

$$Tbb = \text{Max} (Tmin ; Tb)$$

b) un taux maximum, noté Tmax, a été prévu au contrat d'émission :

$$Tbb = \text{Min} (Tb ; Tmax)$$

c) un taux maximum, noté Tmax, et un taux minimum, noté Tmin, ont été prévus au contrat d'émission :

$$Tbb = \text{Max} (Tmin ; \text{Min} (Tb ; Tmax))$$

d) aucune borne n'a été prévue au contrat d'émission :

$$Tbb = Tb$$

Exemple :

Emprunt TMO

$$mr = 1, ma = + 0,15$$

Maximum : 10 %, Minimum : 6 %

- Calcul du taux de base : tb

$$tb = \frac{\sum_{k=1}^{k=12} TMO_k}{12} = \frac{78,93}{12} = 6,5775 \%$$

- Détermination du taux de base margé : Tb

$$Tb = 6,5775 + 0,15 = 6,7275 \%$$

- Détermination du taux de base margé et borné : Tbb

$$\begin{aligned} Tbb &= \text{Max} (6 ; \text{Min} (6,7275 ; 10)) \\ &= \text{Max} (6 ; 6,7275) \\ &= 6,7275 \% \end{aligned}$$

## **CHAPITRE 4**

### **COUPONS PLEINS**

## 1. COUPONS PLEINS A PAYER

### 1.1. Méthode de calcul

La période de référence est entièrement terminée, tous les taux nécessaires à la détermination du coupon plein sont connus, alors les indications du contrat d'émission et les règles précisées au chapitre précédent vont permettre de donner de façon définitive le montant en francs à verser au souscripteur. On parle alors de coupon "connu" ou "à payer". C'est le coupon qui sera publié à la Cote Officielle de la SBF.

#### 1.1.1 Emprunt à taux fixe

Le coupon plein en francs de périodicité inférieure strictement à deux ans se calcule à l'aide de la formule suivante :

$$CF = \frac{Tbb_d^j}{100} \times d \times NOM \quad (1)$$

CF est ensuite arrondi au centime supérieur comme suit :

- on tronque à la quatrième décimale quels que soient les chiffres suivants ;
- si les deux derniers chiffres après la virgule sont des zéros, on garde le montant indiqué ;
- si l'un des deux derniers chiffres après la virgule n'est pas nul, on arrondit le montant au centime supérieur.

Exemple : CF = 1025,4500 arrondi à CF = 1025,45 FRF  
CF = 1025,4501 arrondi à CF = 1025,46 FRF

Le coupon net en francs (CNF) est calculé à partir du coupon brut arrondi (CF) :

$$CNF = a \times CF \quad (2)$$

avec a = coefficient dû à la retenue à la source (en général 0,9 ou 1).

Le coupon net ainsi obtenu est ensuite arrondi commercialement à la deuxième décimale et devient CNF.

$$\text{Retenue à la source} = CF - CNF$$

Remarques :

- Le coupon brut en francs d'un titre, noté CBF, est égal à CF.
- Les coupons de périodicité supérieure à deux ans seront abordés dans le chapitre 6 qui concerne les coupons atypiques.
- Le coupon est calculé selon cette méthode par l'émetteur ou son représentant et communiqué à la SBF pour publication à la Cote Officielle.

## 1.1.2. Emprunt à taux prédéterminé ou postdéterminé

### 1.1.2.1. Détermination du taux de base

Lorsque la période de référence est terminée on trouve trois types de taux de base :

1) La *capitalisation* mois par mois d'un taux mensuel pendant les r mois de la période de référence (emprunts P1C, TAM).

$$tb_D^j = \left( \prod_{k=1}^{k=r} \left( 1 + \frac{T_k}{100} \times \frac{q_k}{360} \right) - 1 \right) \times 100$$

r = Nombre de mois de la période de référence R.

q<sub>k</sub> = Nombre de jours du mois k de la période de référence.

T<sub>k</sub> = Indice mensuel du mois k.

2) La constitution d'une *moyenne arithmétique* de taux pendant les r mois de la période de référence (emprunts TME, TMO, TMB).

$$tb_D^j = \frac{\sum_{k=1}^{k=r} T_k}{r}$$

r = Nombre de mois de la période de référence R.

T<sub>k</sub> = Indice mensuel du mois k.

3) Un *taux spot*, déterminé selon des règles précises à partir d'une référence donnée (emprunt P3R, CNO-TEC ®).

Ces taux exprimés en % ont été définis au chapitre 2.

### 1.1.2.2. Détermination du taux de base margé borné

$$Tbb_D^j = \text{Max} \left( T_{\min} ; \text{Min} \left( tb_D^j \times mr + ma ; T_{\max} \right) \right)$$

### 1.1.2.3. Détermination du coupon plein



Lorsque la période de référence est terminée, on peut déterminer le taux du coupon plein, le taux de base margé borné ( $Tbb_D^i$ ), le coupon en francs (CF) et le coupon net en francs (CNF) qui se calculent en utilisant les formules (1) et (2).

Remarques :

- Les coupons de périodicité supérieure à deux ans seront abordés dans le chapitre 6 qui concerne les coupons atypiques.
- Le coupon est calculé selon cette méthode par l'émetteur ou son représentant et communiqué à la SBF pour publication à la Cote Officielle.

## 1.2. Exemples

### 1.2.1. BNP mars 2000 référencée P1C (code 16335)

Caractéristiques et données

|                        |                             |                      |
|------------------------|-----------------------------|----------------------|
| Coupure                | : 5000 F                    | NOM = 5000           |
| Période de référence   | : Mars 1995 -Février 1996   | r = 12               |
| Marge                  | : Marge additive de -0,15 % | ma = -0,15 et mr = 1 |
| Borne                  | : ni maximum, ni minimum    |                      |
| Date d'échéance        | : 31 mars 2000              |                      |
| Coefficient périodique | :                           | d = 1                |
| Date de calcul         | : 6 mars 1996               |                      |

a) Calcul du taux de base du coupon du 31 mars 1996

Le taux de base est calculé par capitalisation des douze P1M mensuels de la période de référence :

|                          |             |
|--------------------------|-------------|
| P1M <sub>mars</sub>      | = 8,04573 % |
| P1M <sub>avril</sub>     | = 7,89674 % |
| P1M <sub>mai</sub>       | = 7,74205 % |
| P1M <sub>juin</sub>      | = 7,34934 % |
| P1M <sub>juillet</sub>   | = 6,63684 % |
| P1M <sub>août</sub>      | = 6,02482 % |
| P1M <sub>septembre</sub> | = 5,91191 % |
| P1M <sub>octobre</sub>   | = 6,83278 % |
| P1M <sub>novembre</sub>  | = 5,83632 % |
| P1M <sub>décembre</sub>  | = 5,51499 % |
| P1M <sub>janvier</sub>   | = 4,63318 % |
| P1M <sub>février</sub>   | = 4,29633 % |

Le taux de base est donc :

$$tb_{31/03/96}^{06/03/96} = \left[ \left( 1 + \frac{31 \times 8,04573}{36000} \right) \left( 1 + \frac{30 \times 7,89674}{36000} \right) \dots \left( 1 + \frac{31 \times 4,63318}{36000} \right) \left( 1 + \frac{29 \times 4,29633}{36000} \right) - 1 \right] \times 100$$

soit :

$$tb_{31/03/96}^{06/03/96} = 6,7046543... \%$$

b) Taux de base margé et borné

$$\begin{aligned} Tbb_{31/03/96}^{06/03/96} &= Tb_{31/03/96}^{06/03/96} = (mr \times tb_{31/03/96}^{06/03/96}) + ma \\ &= 6,5546543... \% \end{aligned}$$

Il n'y a pas d'arrondi à ce stade.

c) Calcul du coupon en francs

$$\begin{aligned} CF &= \frac{Tbb_{31/03/96}^{06/03/96}}{100} \times d \times NOM \\ &= 327,732718... \end{aligned}$$

Le coupon est tronqué à la quatrième décimale puis arrondi par excès au centime, soit :

$$CF = 327,74 \text{ FRF}$$

### 1.2.2. CNCA mars 1999 référencée TMB (code 10270)

Caractéristiques et données

|                        |                           |                  |
|------------------------|---------------------------|------------------|
| Coupure                | : 5000 F                  | NOM = 5000       |
| Période de référence   | : Mars 1995 -Février 1996 | r = 12           |
| Marge                  | : Pas de marge            | ma = 0 et mr = 1 |
| Borne                  | : ni maximum, ni minimum  |                  |
| Date d'échéance        | : 23 mars 1999            |                  |
| Coefficient périodique |                           | d = 1            |
| Date de calcul         | : 6 mars 1996             |                  |

a) Calcul du taux de base du coupon du 23 mars 1996

Le taux de base est la moyenne arithmétique des douze TMB de la période de référence :

|                          |          |
|--------------------------|----------|
| TMB <sub>mars</sub>      | = 7,86 % |
| TMB <sub>avril</sub>     | = 7,92 % |
| TMB <sub>mai</sub>       | = 7,61 % |
| TMB <sub>juin</sub>      | = 7,39 % |
| TMB <sub>juillet</sub>   | = 6,53 % |
| TMB <sub>août</sub>      | = 6,06 % |
| TMB <sub>septembre</sub> | = 6,07 % |
| TMB <sub>octobre</sub>   | = 6,98 % |
| TMB <sub>novembre</sub>  | = 5,98 % |
| TMB <sub>décembre</sub>  | = 5,72 % |

$$\begin{aligned} \text{TMB}_{\text{janvier}} &= 4,73 \% \\ \text{TMB}_{\text{février}} &= 4,42 \% \end{aligned}$$

Le taux de base est donc :

$$\begin{aligned} \text{tb}_{23/03/96}^{06/03/96} &= \frac{7,86 + 7,92 + 7,61 + 7,39 + 6,53 + 6,06 + 6,07 + 6,98 + 5,98 + 5,72 + 4,73 + 4,42}{12} \\ &= 6,439166... \% \end{aligned}$$

b) Taux de base margé et borné

$$\begin{aligned} \text{Tbb}_{23/03/96}^{06/03/96} &= \text{Tb}_{23/03/96}^{06/03/96} = (\text{mr} \times \text{tb}_{23/03/96}^{06/03/96}) + \text{ma} \\ &= 6,439166... \% \end{aligned}$$

Il n'y a pas d'arrondi à ce stade.

c) Calcul du coupon en francs

$$\begin{aligned} \text{CF} &= \frac{\text{Tbb}_{23/03/96}^{06/03/96}}{100} \times d \times \text{NOM} \\ &= 321,958333... \end{aligned}$$

Le coupon est tronqué à la quatrième décimale puis arrondi par excès au centime, soit :

$$\text{CF} = 321,96 \text{ FRF}$$

### 1.2.3. CL mars 1997 P3R (code 11036)

Caractéristiques et données

|                        |                                                              |                     |
|------------------------|--------------------------------------------------------------|---------------------|
| Coupure                | : 20 000 F                                                   | NOM = 20000         |
| Période de référence   | : Deuxième jour ouvré avant la date de jouissance du coupon. |                     |
| Marge                  | : Marge additive de 0,10 %                                   | ma = 0,10 et mr = 1 |
| Borne                  | : ni maximum, ni minimum                                     |                     |
| Date d'échéance        | : 19 mars 1997                                               |                     |
| Coefficient périodique |                                                              | d = 91/360          |
| Date de calcul         | : 6 mars 1996                                                |                     |

a) Calcul du taux de base du coupon du 20 mars 1996

Le taux de base est le Pibor 3 mois du lundi 18 décembre 1995 :

$$\text{tb}_{20/03/96}^{06/03/96} = 5,22656 \%$$

b) Taux de base margé et borné

$$Tbb_{20/03/96}^{06/03/96} = Tb_{20/03/96}^{06/03/96} = (mr \times tb_{20/03/96}^{06/03/96}) + ma$$

$$= 5,32656 \%$$

Il n'y a pas d'arrondi à ce stade.

c) Calcul du coupon en francs

$$CF = \frac{Tbb_{20/03/96}^{06/03/96}}{100} \times d \times NOM$$

$$= 269,287200...$$

Le coupon est tronqué à la quatrième décimale puis arrondi par excès au centime, soit :

$$CF = 269,29 \text{ FRF}$$

#### 1.2.4. Exemple : OAT Octobre 2006 référencée CNO-TEC 10 ® (code19780)

Rappel sur la référence CNO-TEC 10 ®

Le CNO-TEC 10 ® d'un jour j donné est calculé en j, daté de j (date d'effet) et publié en j vers 12 heures.

Sa date de validité est la même que sa date de cristallisation : j+1 ouvré.

Caractéristiques et données

|                        |                                                                         |                   |
|------------------------|-------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| Coupure :              | 2000                                                                    | NOM = 2000        |
| Période de référence : | Le 5ème jour ouvré précédant la date de jouissance du coupon considéré. |                   |
| Marge :                | Marge additive de -1%                                                   | ma = -1 et mr = 1 |
| Borne :                | ni maximum, ni minimum                                                  |                   |
| Date d'échéance :      | 25 Octobre 2006                                                         |                   |
| Coefficient périodique |                                                                         | d = 1/4           |
| Date de calcul :       | 28 juin 1996                                                            |                   |

a) Calcul du taux de base du coupon du 25 juillet 1996

Le taux de base est le CNO-TEC 10 ® daté du 5ème jour ouvré précédant la date de jouissance du coupon.

$$\text{CNO-TEC 10 ® du 18 avril 1996} = 6,58\%$$

Le taux de base est donc :

$$tb_{25/07/96}^{28/06/96} = 6,58\%$$

b) Taux de base margé et borné

$$Tbb_{25/07/96}^{28/06/96} = Tb_{25/07/96}^{28/06/96} = (mr \times tb_{25/07/96}^{28/06/96}) + ma$$

$$= 5,58\%$$

Il n'y a pas d'arrondi à ce stade.

### c) Calcul du coupon en francs

A partir du 4ème jour ouvré précédant la date de jouissance d'un coupon, on peut calculer le coupon plein à payer qui est déterminé de la façon suivante :

$$CF = \left[ \left( 1 + \frac{Tbb_{25/07/96}^{28/06/96}}{100} \right)^{\frac{1}{4}} - 1 \right] \times NOM$$

On obtient ainsi un coupon à payer  $CF=27,3344956...$  tronqué à la quatrième décimale puis arrondi par excès au centime, soit :

$$CF = 27,34 \text{ FRF.}$$

## 2. COUPONS PLEINS ESTIMES

La période de référence n'est pas terminée. Il est nécessaire de faire des hypothèses sur l'évolution du taux de référence au-delà du jour du calcul en utilisant le taux de cristallisation. Le coupon est dit coupon "estimé".

Le calcul du coupon en francs demande de connaître au préalable le taux de base margé et borné :

- Pour les emprunts à taux fixe ce taux est connu à tout moment et donc le calcul du coupon plein ne pose pas de problème.
- Pour les autres emprunts (à taux prédéterminé ou postdéterminé), le taux de base doit faire l'objet d'un calcul ou d'une estimation. Ce calcul est détaillé ci-dessous en fonction de la référence de l'emprunt.

### 2.1. Emprunt à taux fixe

Les coupons pleins estimés répondent aux mêmes règles que celles des coupons pleins à payer des emprunts à taux fixe (cf 4.1.1.1.).

## 2.2. Emprunt à taux prédéterminé (couramment appelé révisable ou FRN)

### 2.2.1. Méthode de calcul

#### 2.2.1.1. Références spot, quotidiennes ou hebdomadaires

Il s'agit notamment des emprunts P3R, TRE, TRA émis par l'Etat, pour lesquels le taux de base du coupon est égal à une moyenne arithmétique d'indices quotidiens ou hebdomadaires, sans référence aux éventuels indices mensuels correspondants.

Le taux de base est tel que :

$$tb_D^j = \frac{\sum_{i=1}^p t_i}{p} \quad (1)$$

- $p$  = Nombre d'indices de la période de référence,  
= Nombre de vendredis de la période de référence pour l'ensemble des emprunts référencés THE.  
 $t_i$  =  $i$ ème indice quotidien ou hebdomadaire de la période de référence connu à la date de calcul  $j$ ,  
=  $t_j$ , dernier indice quotidien ou hebdomadaire connu à la date de calcul  $j$ , sinon (cristallisation).

Remarque :

Pour les emprunts P3R, le taux de base est égal au taux du PIBOR 3 mois spot d'un jour donné situé avant le début de chaque période d'intérêt ( $p = 1$ ).

#### 2.2.1.2. Références mensuelles

##### 2.2.1.2.1. Emprunts référencés TMB-TME

Pour l'ensemble des emprunts prédéterminés référencés TMB-TME le taux de base est tel que :

$$tb_D^j = \frac{\sum_{k=1}^r \frac{\sum_{i=1}^{h_k} t_{i,k}}{h_k}}{r} \quad (2)$$

- $r$  = Nombre de mois de la période de référence.  
 $h_k$  = Nombre d'indices hebdomadaires du mois  $k$ ,  
= Nombre de vendredis du mois  $k$  dans le cas du TME,  
= Nombre de jeudis du mois  $k$  dans le cas du TMB.  
 $t_{i,k}$  =  $i$ ème indice hebdomadaire du mois  $k$  connu à la date de calcul  $j$ ,

= Dernier indice hebdomadaire de référence connu à la date de calcul j, sinon (cristallisation).  
Remarque :

Si tous les  $t_{i,k}$  du mois k sont connus à la date de calcul j, alors le terme  $\frac{1}{h_k} \sum_{i=1}^{h_k} t_{i,k}$  est remplacé par l'indice mensuel du mois k, noté  $TME_k$  ou  $TMB_k$ .

Le terme  $\frac{1}{h_k} \sum_{i=1}^{h_k} t_{i,k}$  est arrondi commercialement à deux décimales pour k variant de 1 à r.

#### 2.2.1.2.2. Emprunts référencés TMO

Dans le cas d'un emprunt à référence prédéterminée sur le TMO le taux de base est tel que :

$$tb_D^j = \frac{\sum_{k=1}^r \frac{h_{k,i}^j \times T_{k,i} + (h_k - h_{k,i}^j) \times t_j}{h_k}}{r} \quad (3)$$

r = Nombre de mois de la période de référence.

$h_k$  = Nombre d'indices hebdomadaires du mois k,  
= Nombre de jeudis du mois k.

$h_{k,i}^j$  = Nombre de jeudis du mois k antérieurs ou égal à la date de calcul j.

$t_j$  = Dernier THO connu à la date de calcul j.

$T_{k,i}$  =  $t_j$ , si à la date de calcul j aucun THO n'est connu depuis le début du mois k (cristallisation),  
= Dernier TMO estimé du mois k à la date de calcul j, sinon.

Remarque :

Le terme  $\frac{h_{k,i}^j \times T_{k,i} + (h_k - h_{k,i}^j) \times t_j}{h_k}$  est arrondi commercialement à deux décimales pour k variant de 1 à r. Si à la date de calcul j tous les indices du mois k sont connus alors ce terme est remplacé par l'indice mensuel du mois k, noté  $TMO_k$ .

#### 2.2.1.3. Détermination du taux de base margé borné

$$Tbb_D^j = \text{Max}\left(T_{\min} ; \text{Min}\left(tb_D^j \times mr + ma ; T_{\max}\right)\right)$$

#### 2.2.1.4. Détermination du coupon plein

Le coupon plein (brut) en francs de périodicité inférieure strictement à deux ans se calcule à l'aide de la formule suivante (cf.4.1.1.) :

$$CF = \frac{Tbb_D^j}{100} \times d \times NOM$$

CF est ensuite arrondi au centime supérieur.

### 2.2.2. Exemple : OAT septembre 2000 référencée THE (code 4267)

Caractéristiques et données

|                        |                                |                |
|------------------------|--------------------------------|----------------|
| Coupure                | : 2000 F                       | NOM = 2000     |
| Période de référence   | : 27 juin 1995-31 juillet 1995 | p = 5          |
| Marge                  | : Pas de marge                 | ma = 0, mr = 1 |
| Borne                  | : ni maximum, ni minimum       |                |
| Coefficient périodique |                                | d = 1          |
| Date d'échéance        | : 13 septembre 2000            |                |
| Date de calcul         | : 9 janvier 1996               |                |

a) Calcul du taux de base du coupon du 13 septembre 1996

Le taux de base est calculé en appliquant la formule (1)

A la date de calcul les 5 taux de la période de référence sont connus.  
Le taux de base est donc connu :

$$\begin{aligned}tb_{13/09/96}^{09/01/96} &= \frac{7,68 + 7,47 + 7,40 + 7,52 + 7,40}{5} \\ &= 7,494 \%\end{aligned}$$

b) Taux de base margé et borné

$$\begin{aligned}Tbb_{13/09/96}^{09/01/96} &= Tb_{13/09/96}^{09/01/96} = (mr \times tb_{13/09/96}^{09/01/96}) + ma \\ &= 7,494 \%\end{aligned}$$

Il n'y a pas d'arrondi à ce stade.

c) Calcul du coupon en francs

$$\begin{aligned}CF &= \frac{Tbb_{13/09/96}^{09/01/96}}{100} \times d \times NOM \\ &= 149,88000\end{aligned}$$

Le coupon est tronqué à la quatrième décimale puis arrondi par excès au centime, soit :

$$CF = 149,88 \text{ francs}$$



### 2.2.3. Exemple : OAT Octobre 2006 référencée CNO-TEC 10 ® (code19780)

Pour le calcul des marges actuarielles ou pour le calcul d'un coupon couru en date future, il peut être nécessaire d'estimer un coupon plein qui détachera dans le futur. Pour ces calculs, on retiendra la méthode ci-après.

Caractéristiques et données

|                          |                                                                         |                   |
|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| Coupure :                | 5000 F                                                                  | NOM = 2000        |
| Période de référence :   | Le 5ème jour ouvré précédant la date de jouissance du coupon considéré. |                   |
| Marge :                  | Marge additive de -1%                                                   | ma = -1 et mr = 1 |
| Borne :                  | ni maximum, ni minimum                                                  |                   |
| Date d'échéance :        | 25 Octobre 2006                                                         |                   |
| Coefficient périodique : |                                                                         | d = 1/4           |
| Date de calcul :         | 28 juin 1996                                                            |                   |

a) Calcul du taux de base du coupon du 25 octobre 1996

Le taux de base est le CNO-TEC 10 ® du jour ouvré précédant la date de calcul (dernier CNO-TEC 10 ® cristallisé).

CNO-TEC 10 ® du 27 juin 1996 = 6,59%

Le taux de base est donc :

$$Tbb_{25/10/96}^{28/06/96} = 6,59\%$$

b) Taux de base margé et borné

$$Tbb_{25/10/96}^{28/06/96} = Tb_{25/10/96}^{28/06/96} = (mr \times tb_{25/10/96}^{28/06/96}) + ma = 5,59\%$$

Il n'y a pas d'arrondi à ce stade.

c) Calcul du prochain coupon en francs

Avant le 4 ème jour ouvré précédant la date de jouissance d'un coupon, celui ci peut être déterminé de la façon suivante :

$$CF = \left[ \left( 1 + \frac{Tbb_{25/10/96}^{28/06/96}}{100} \right)^{\frac{1}{4}} - 1 \right] \times NOM$$

On obtient ainsi un coupon estimé (brut) CF = 27,3824986... tronqué à la quatrième décimale puis arrondi par excès au centime, soit :

$$CF = 27,39 \text{ FRF.}$$

## 2.3. Emprunt à taux postdéterminé (couramment appelé variable)

### 2.3.1. Méthode de calcul

#### 2.3.1.1. Détermination du taux de base

##### 2.3.1.1.1. Emprunts référencés PIC-TAM

Pour l'ensemble des emprunts PIC-TAM le taux de base est tel que :

$$1 + \frac{tb_D^j}{100} = \prod_{k=1}^r \left( 1 + \frac{\sum_{i=1}^{q_k} t_{i,k}}{360 \times 100} \right) \quad (1)$$

$r$  = Nombre de mois de la période de référence R.

$q_k$  = Nombre de jours du kème mois de la période de référence.

$t_{i,k}$  = ième indice quotidien (P1M ou TMP) du mois k connu au moment du calcul,

= Dernier indice quotidien (P1M ou TMP) connu au moment du calcul, sinon (cristallisation).

Remarque :

Si tous les  $t_{i,k}$  du mois k sont connus au moment du calcul, alors  $\sum_{i=1}^{q_k} t_{i,k}$  est remplacé par

$P1M_k \times q_k$  ( $TMM_k \times q_k$ ) où  $P1M_k$  ( $TMM_k$ ) est l'indice mensuel du mois k.

##### 2.3.1.1.2. Emprunts référencés TMO

Pour l'ensemble des emprunts TMO le taux de base est tel que :

$$tb_D^j = \frac{\sum_{k=1}^r \frac{h_{k,i}^j \times T_{k,i} + (h_k - h_{k,i}^j) \times t_j}{h_k}}{r} \quad (2)$$

$r$  = Nombre de mois de la période de référence R.

$h_k$  = Nombre d'indices hebdomadaires du mois k,

= Nombre de jeudis du mois k.

$h_{k,i}^j$  = Nombre d'indices hebdomadaires du mois k connus à la date de calcul j,

= Nombre de jeudis du mois k antérieurs ou égal à la date de calcul j.

$t_j$  = Dernier THO connu à la date de calcul j.

$T_{k,i}$  =  $t_j$ , si à la date de calcul j aucun THO n'est connu depuis le début du mois k (cristallisation),

= Dernier TMO estimé du mois k à la date de calcul j, sinon.

Remarque :

Le terme  $\frac{h_{k,i}^j \times T_{k,i} + (h_k - h_{k,i}^j) \times t_j}{h_k}$  est arrondi commercialement à deux décimales pour k variant de 1 à r. Si à la date de calcul j tous les indices du mois k sont connus alors ce terme est remplacé par l'indice mensuel du mois k, noté TMO<sub>k</sub>.

Défaut d'indice : L'indice TMO ne peut être calculé chaque mois que si le calendrier et les caractéristiques des émissions du mois le permettent (cf. critères de sélection des emprunts). Il est donc possible que certains mois l'indice n'existe pas, comme par exemple en juillet 1995.

Il n'est malheureusement pas possible d'utiliser, en cas de défaut d'indice, une méthode normalisée de détermination du coupon plein ou couru : les contrats d'émission prévoient en effet des traitements très variés pour ce cas de figure. Les traitements les plus fréquents sont énumérés ci-dessous :

- Remplacement de l'indice manquant par un indice de substitution. L'indice de substitution le plus fréquemment utilisé pour le TMO et recommandé par le Comité de Normalisation Obligatoire, est le dernier indice hebdomadaire HPU (du mois concerné) du marché secondaire des emprunts du "secteur public à long terme, emprunteurs nationaux", publié par la Caisse des Dépôts.
- Neutralisation du mois sans indice.
- Allongement vers l'arrière de la période de référence, pour obtenir le nombre voulu d'indices mensuels.
- Aucun traitement prévu.

### 2.3.1.1.3. Emprunts référencés TMB

Pour l'ensemble des emprunts TMB le taux de base est tel que :

$$tb_D^j = \frac{\sum_{k=1}^r \frac{\sum_{i=1}^{h_k} t_{i,k}}{h_k}}{r} \quad (3)$$

r = Nombre de mois de la période de référence R.

h<sub>k</sub> = Nombre d'indices hebdomadaires du mois k,

= Nombre de jeudis du mois k.

t<sub>i,k</sub> = ième indice hebdomadaire (THB) du mois k connu à la date de calcul j,

= Dernier indice hebdomadaire (THB) de référence connu à la date de calcul j, sinon (cristallisation).

Remarque :

Si tous les  $t_{i,k}$  du mois  $k$  sont connus à la date de calcul  $j$ , alors le terme  $\frac{1}{h_k} \sum_{i=1}^{h_k} t_{i,k}$  est remplacé par l'indice mensuel du mois  $k$ , noté  $TMB_k$ .

Le terme  $\frac{1}{h_k} \sum_{i=1}^{h_k} t_{i,k}$  est arrondi commercialement à deux décimales pour  $k$  variant de 1 à  $r$ .

#### 2.3.1.1.4. Emprunts référencés TME

Pour l'ensemble des emprunts TME le taux de base est tel que :

$$tb_D^j = \frac{\sum_{k=1}^r \frac{\sum_{i=1}^{h_k} t_{i,k}}{h_k}}{r} \quad (4)$$

$r$  = Nombre de mois de la période de référence  $R$ .

$h_k$  = Nombre d'indices hebdomadaires du mois  $k$ ,  
= Nombre de vendredis du mois  $k$ .

$t_{i,k}$  =  $i$ ème indice hebdomadaire (THE) du mois  $k$  connu à la date de calcul  $j$ ,  
= Dernier indice hebdomadaire (THE) de référence connu à la date de calcul  $j$ , sinon (cristallisation).

Remarque :

Si tous les  $t_{i,k}$  du mois  $k$  sont connus à la date de calcul  $j$ , alors le terme  $\frac{1}{h_k} \sum_{i=1}^{h_k} t_{i,k}$  est remplacé par l'indice mensuel du mois  $k$ , noté  $TME_k$ .

Le terme  $\frac{1}{h_k} \sum_{i=1}^{h_k} t_{i,k}$  est arrondi commercialement à deux décimales pour  $k$  variant de 1 à  $r$ .

#### 2.3.1.1.5. Emprunts référencés TMM

Le taux de base est égal à la moyenne arithmétique simple des TMM des 12 mois de la période de référence, une fois la période de référence terminée.

Le taux de base estimé est alors :

$$tb_D^j = \frac{\sum_{k=1}^r \frac{\sum_{i=1}^{q_k} t_{i,k}}{q_k}}{12} \quad (5)$$

$r$  = Nombre de mois de la période de référence  $R$ .

$q_k$  = Nombre de jours du  $k$ ème mois de la période de référence.

$t_{i,k}$  = ième indice quotidien (TMP) du mois k connu au moment du calcul,  
 = Dernier indice quotidien (TMP) connu au moment du calcul, sinon (cristallisation).

Remarque :

Si tous les  $t_{i,k}$  du mois k sont connus au moment du calcul, alors  $\frac{1}{q_k} \sum_{i=1}^{q_k} t_{i,k}$  est remplacé par l'indice mensuel  $TMM_k$  du mois k.

#### 2.3.1.1.6. Emprunts référencés P3M

Pour l'ensemble des emprunts P3M le taux de base est tel que :

$$1 + \frac{tb_D^j}{100} = \frac{\sum_{k=1}^r \left( 1 + \frac{\sum_{i=1}^{q_k} t_{i,k}}{q_k} \times \frac{365}{4 \times 360 \times 100} \right)^4}{r} \quad (6)$$

$r$  = Nombre de mois de la période de référence R.  
 $q_k$  = Nombre de jours du kème mois de la période de référence.  
 $t_{i,k}$  = ième indice quotidien (P3M) du mois k connu à la date de calcul j,  
 = Dernier indice quotidien (P3M) connu à la date de calcul j, sinon (cristallisation).

Remarque :

Si tous les  $t_{i,k}$  du mois k sont connus à la date de calcul j, alors  $\sum_{i=1}^{q_k} t_{i,k}$  est remplacé par  $P3M_k \times q_k$  où  $P3M_k$  est l'indice mensuel du mois k.

#### 2.3.1.2. Détermination du taux de base margé borné

$$Tbb_D^j = \text{Max} \left( T_{\min} ; \text{Min} \left( tb_D^j \times mr + ma ; T_{\max} \right) \right)$$

#### 2.3.1.3. Détermination du coupon plein

Le coupon plein (brut) en francs de périodicité inférieure strictement à deux ans se calcule à l'aide de la formule suivante (cf.4.1.1) :

$$CF = \frac{Tbb_D^j}{100} \times d \times NOM$$

CF est ensuite arrondi au centime supérieur.

## 2.3.2. Exemples

### 2.3.2.1. BNP mars 2000 référencée P1C (code 16335)

Caractéristiques et données

|                        |                                     |                      |
|------------------------|-------------------------------------|----------------------|
| Coupure                | : 5000 F                            | NOM = 5000           |
| Période de référence   | : Mars-Février                      | r = 12               |
| Marge                  | : Marge additive de -0.15 %         | ma = -0,15 et mr = 1 |
| Borne                  | : ni maximum, ni minimum            |                      |
| Date d'échéance        | : 31 mars 2000                      |                      |
| Coefficient périodique |                                     | d = 1                |
| Date de calcul         | : 24 janvier 1996 (après 14 heures) |                      |

a) Calcul du taux de base du coupon du 31 mars 1996

Le taux de base est calculé en appliquant la formule (1)

Pour les dix mois de mars à décembre 1995 les indices mensuels sont connus :

|                          |             |
|--------------------------|-------------|
| P1M <sub>mars</sub>      | = 8,04573 % |
| P1M <sub>avril</sub>     | = 7,89674 % |
| P1M <sub>mai</sub>       | = 7,74205 % |
| P1M <sub>juin</sub>      | = 7,34934 % |
| P1M <sub>juillet</sub>   | = 6,63684 % |
| P1M <sub>août</sub>      | = 6,02482 % |
| P1M <sub>septembre</sub> | = 5,91191 % |
| P1M <sub>octobre</sub>   | = 6,83278 % |
| P1M <sub>novembre</sub>  | = 5,83632 % |
| P1M <sub>décembre</sub>  | = 5,51499 % |

Pour le calcul du taux des deux mois restant, on se sert des taux connus au moment du calcul et on cristallise le dernier taux connu (taux du 24 janvier 1996) jusqu'à la fin de la période de référence. On obtient donc :

$$T_{\text{janvier } 96} = \frac{111,90616 + 7 \times 4,44531}{31} = \frac{143,02333}{31} \%$$

$$T_{\text{février } 96} = 4,44531 \%$$

La relation (1) s'écrit :

$$1 + \frac{tb_{31/03/96}^{24/01/96}}{100} = \left(1 + \frac{31 \times 8,04573}{36000}\right) \left(1 + \frac{30 \times 7,89674}{36000}\right) \dots \left(1 + \frac{143,02333}{36000}\right) \left(1 + \frac{29 \times 4,44531}{36000}\right)$$

Le taux de base vaut donc :

$$tb_{31/03/96}^{24/01/96} = 6,7156289... \%$$

b) Taux de base margé et borné

$$\begin{aligned} Tbb_{31/03/96}^{24/01/96} &= Tb_{31/03/96}^{24/01/96} = (mr \times tb_{31/03/96}^{24/01/96}) + ma \\ &= 6,5656289... \% \end{aligned}$$

Il n'y a pas d'arrondi à ce stade.

c) Calcul du coupon en francs

$$\begin{aligned} CF_e &= \frac{Tbb_{31/03/96}^{24/01/96}}{100} \times d \times NOM \\ &= 328,2814472... \end{aligned}$$

Le coupon est tronqué à la quatrième décimale puis arrondi par excès au centime, soit :

$$CF_e = 328,29 \text{ FRF}$$

### 2.3.2.2. RATP mars 1985-2001 référencée TMO public (code 16119)

Caractéristiques et données

|                        |                                                |                     |
|------------------------|------------------------------------------------|---------------------|
| Coupure                | : 2000 F                                       | NOM = 2000          |
| Période de référence   | : Mars-Février                                 | r = 12              |
| Marge                  | : Marge multiplicative de 95 % du taux de base | ma = 0 et mr = 0,95 |
| Borne                  | : Minimum de 6,50 %                            | Tmin = 6,50 %       |
| Date d'échéance        | : 23 mars 2001                                 |                     |
| Coefficient périodique |                                                | d = 1               |
| Date de calcul         | : 8 janvier 1996                               |                     |

a) Calcul du taux de base du coupon du 23 mars 1996

Le taux de base est calculé en appliquant la formule (2)

Pour les dix mois de mars à décembre 1995 les indices mensuels sont connus :

|                          |          |                                           |
|--------------------------|----------|-------------------------------------------|
| TMO <sub>mars</sub>      | = 7,97 % |                                           |
| TMO <sub>avril</sub>     | = 7,76 % |                                           |
| TMO <sub>mai</sub>       | = 7,58 % | taux de substitution préconisé par le CNO |
| TMO <sub>juin</sub>      | = 7,57 % |                                           |
| TMO <sub>juillet</sub>   | = 7,49 % | taux de substitution préconisé par le CNO |
| TMO <sub>août</sub>      | = 7,21 % |                                           |
| TMO <sub>septembre</sub> | = 7,39 % |                                           |
| TMO <sub>octobre</sub>   | = 7,43 % |                                           |
| TMO <sub>novembre</sub>  | = 7,50 % |                                           |
| TMO <sub>décembre</sub>  | = 6,89 % | taux de substitution préconisé par le CNO |

A la date de calcul le dernier THO connu est celui du 10 novembre 1995. On le cristallise pour les deux derniers mois de la période de référence :

$$T_{\text{janvier } 96} = T_{\text{février } 96} = 7,42 \%$$

Le taux de base est donc :

$$tb_{\frac{08/01/96}{23/03/96}} = \frac{7,97 + 7,76 + 7,58 + 7,57 + 7,49 + 7,21 + 7,39 + 7,43 + 7,50 + 6,89 + 2 \times 7,42}{12} = 7,4691666... \%$$

b) Taux de base margé et borné

$$Tbb_{\frac{08/01/96}{23/03/96}} = \text{Max}[(mr \times tb_{\frac{08/01/96}{23/03/96}}) + ma ; 6,50] = 7,0957083... \%$$

Il n'y a pas d'arrondi à ce stade.

c) Calcul du coupon en francs

$$CF_e = \frac{Tbb_{\frac{08/01/96}{23/03/96}}}{100} \times d \times \text{NOM} = 141,9141667...$$

Le coupon est tronqué à la quatrième décimale puis arrondi par excès au centime, soit :

$$CF_e = 141,92 \text{ FRF}$$

### 2.3.2.3. CNCA mars 1999 référencée TMB (code 10270)

Caractéristiques et données

|                      |                          |                  |
|----------------------|--------------------------|------------------|
| Coupure              | : 5000 F                 | NOM = 5000       |
| Période de référence | : Mars-Février           | r = 12           |
| Marge                | : pas de marge           | ma = 0 et mr = 1 |
| Borne                | : ni maximum, ni minimum |                  |



Date d'échéance : 23 mars 1999

Coefficient périodique

$d = 1$

Date de calcul : Mardi 9 janvier 1996

a) Calcul du taux de base du coupon du 23 mars 1996

Le taux de base est calculé en appliquant la formule (3)

Pour les dix mois de mars à décembre 1995 les indices mensuels sont connus :

$TMB_{mars} = 7,86 \%$

$TMB_{avril} = 7,92 \%$

$TMB_{mai} = 7,61 \%$

$TMB_{juin} = 7,39 \%$

$TMB_{juillet} = 6,53 \%$

$TMB_{août} = 6,06 \%$

$TMB_{septembre} = 6,07 \%$

$TMB_{octobre} = 6,98 \%$

$TMB_{novembre} = 5,98 \%$

$TMB_{décembre} = 5,72 \%$

Pour le calcul du taux de janvier 1996 on utilise les taux hebdomadaires du mois connus à la date de calcul et on cristallise le dernier :

$$T_{janvier\ 96} = \frac{4,83 + 3 \times 5,01}{4} \\ = 4,965 \%$$

Ce taux est arrondi commercialement à deux décimales soit :

$$T_{janvier\ 96} = 4,97 \%$$

A la date de calcul on cristallise le dernier THB connu pour le mois de février 1996 :

$$T_{février\ 96} = 5,01 \%$$

Le taux de base est donc :

$$tb_{\frac{08/01/96}{23/03/96}} = \frac{7,86 + 7,92 + 7,61 + 7,39 + 6,53 + 6,06 + 6,07 + 6,98 + 5,98 + 5,72 + 4,97 + 5,01}{12} \\ = 6,5083333... \%$$

b) Taux de base margé et borné

$$Tbb_{\frac{08/01/96}{23/03/96}} = Tb_{\frac{08/01/96}{23/03/96}} = (mr \times tb_{\frac{08/01/96}{23/03/96}}) + ma \\ = 6,5083333... \%$$

Il n'y a pas d'arrondi à ce stade.

c) Calcul du coupon en francs

$$CF_e = \frac{Tbb_{\frac{08/01/96}{23/03/96}}}{100} \times d \times NOM$$

$$= 325,416666...$$

Le coupon est tronqué à la quatrième décimale puis arrondi par excès au centime, soit :

$$CF_e = 325,42 \text{ FRF}$$

#### 2.3.2.4. CNCA Avril 1998 référencée TME (code 11095)

Caractéristiques et données

|                        |                           |                      |
|------------------------|---------------------------|----------------------|
| Coupure                | : 5000 F                  | NOM = 5000           |
| Période de référence   | : Avril-Mars              | r = 12               |
| Marge                  | : Marge additive de -0,70 | ma = -0,70 et mr = 1 |
| Borne                  | : ni maximum, ni minimum  |                      |
| Date d'échéance        | : 18 avril 1998           |                      |
| Coefficient périodique |                           | d = 1                |
| Date de calcul         | : 8 janvier 1996          |                      |

a) Calcul du taux de base du coupon du 18 avril 1996

Le taux de base est calculé en appliquant la formule (4)

Pour les neuf mois de avril à décembre 1995 les indices mensuels sont connus :

|                          |          |
|--------------------------|----------|
| TME <sub>avril</sub>     | = 7,88 % |
| TME <sub>mai</sub>       | = 7,59 % |
| TME <sub>juin</sub>      | = 7,54 % |
| TME <sub>juillet</sub>   | = 7,45 % |
| TME <sub>août</sub>      | = 7,33 % |
| TME <sub>septembre</sub> | = 7,40 % |
| TME <sub>octobre</sub>   | = 7,54 % |
| TME <sub>novembre</sub>  | = 7,12 % |
| TME <sub>décembre</sub>  | = 6,85 % |

Pour le calcul du taux de janvier 1996 on utilise les taux hebdomadaires du mois connus à la date de calcul et on cristallise le dernier :

$$T_{\text{janvier } 96} = 6,69 \%$$

A la date de calcul on cristallise le dernier THE connu pour les mois de février et mars 1996 :

$$T_{\text{février } 96} = T_{\text{mars } 96} = 6,69 \%$$

Le taux de base est donc :

$$tb_{\frac{08/01/96}{18/04/96}} = \frac{7,88 + 7,59 + 7,54 + 7,45 + 7,33 + 7,40 + 7,54 + 7,12 + 6,85 + 6,69 + 2 \times 6,69}{12}$$

$$= 7,2308333... \%$$

b) Taux de base margé et borné

$$\begin{aligned} Tbb_{18/04/96}^{08/01/96} &= Tb_{18/04/96}^{08/01/96} = (mr \times tb_{18/04/96}^{08/01/96}) + ma \\ &= 6,5308333... \% \end{aligned}$$

Il n'y a pas d'arrondi à ce stade.

c) Calcul du coupon en francs

$$\begin{aligned} CF_e &= \frac{Tbb_{18/04/96}^{08/01/96}}{100} \times d \times NOM \\ &= 326,541666... \end{aligned}$$

Le coupon est tronqué à la quatrième décimale puis arrondi par excès au centime, soit :

$$CF_e = 326,55 \text{ FRF}$$

## CHAPITRE 5

### COUPONS COURUS

Ce chapitre explicite les règles qui permettent le calcul du coupon couru d'un titre de créance de caractéristiques déterminées à une date quelconque, notée  $j+n$ , postérieure ou égale à la date  $j$ . A cette date  $j$ , ne sont connues — par construction — que les caractéristiques de l'émission et les données de marché disponibles à la date  $j$ . Le calcul du coupon couru en date future  $j+n$  obéit ainsi à des règles préétablies ; ce coupon estimé est calculable sans ambiguïté.

## 1. DEFINITIONS

- date  $j$  : date à laquelle le calcul du coupon couru est réputé être fait. Cette date ne peut être postérieure à la date de calcul.
- date  $j+n$  : date pour laquelle on cherche la fraction courue du coupon.
- $cc_{j+n}^j$  : coupon couru net à la date  $j+n$ , exprimé en pourcentage du nominal, réputé calculé à la date  $j$ .
- $n_x$  : nombre de jours compris entre la date de jouissance -incluse- du coupon qui court à la date  $x$  et la date  $x$  -exclue-.
- $N_x$  : nombre de jours compris entre la date de jouissance -incluse- du coupon qui court à la date  $x$ , et la date d'échéance -exclue- de ce coupon.

Remarque : "Le jour même de la mise en paiement du coupon, la fraction courue du coupon sera nulle, le nombre de jours écoulés entre la précédente mise en paiement et la date de calcul n'incluant pas le jour de calcul." (extrait de l'avis n° 88-2253 de la Société des Bourses Françaises du 29 septembre 1988 présenté en Annexe 12).

- CF : coupon en francs dont on calcule la fraction courue à la date  $j+n$ .
- CNF : coupon plein net en francs dont on calcule la fraction courue à la date  $j+n$ .
- NOM : valeur nominale du titre en francs à la date de jouissance du coupon dont on cherche la fraction courue.
- $d$  est le coefficient d'ajustement du taux à la période.
- $a$  est le coefficient dû à la retenue à la source.

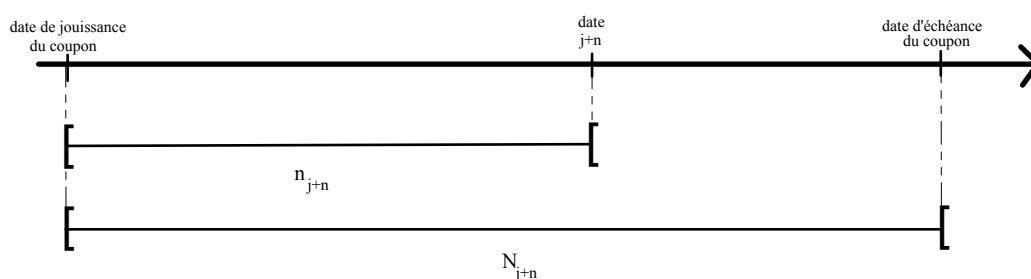
Les définitions ci-dessous ne s'appliquent qu'aux emprunts à taux prédéterminé ou postdéterminé.

- $R$  : période de référence relative au coupon dont on cherche la fraction courue en  $j+n$ .
- $m$  : nombre de mois de la période de référence entièrement ou partiellement écoulés à la date  $j+n$ . Dans le cas des emprunts à taux prédéterminé,  $m$  est égal au nombre de mois de la période de référence.
- $ma$  : marge additive : marge absolue en %, négative ou positive.
- $mr$  : marge multiplicative : marge relative. Dans les applications numériques, une valeur de 90% de la référence est représentée par 0,9.
- $tb_{j+n}^j$  : taux de base du coupon couru net à la date  $j+n$ , réputé calculé à la date  $j$ .
- $Tb_{j+n}^j$  : taux de base margé : c'est le taux de base précédent corrigé de la marge multiplicative ( $mr$ ) et de la marge additive ( $ma$ ).
- $Tbb_{j+n}^j$  : taux de base margé borné : c'est le taux de base margé précédent auquel on a appliqué les bornes prévues au contrat d'émission.

Il est rappelé les conventions suivantes :

- pour toutes les applications numériques, un taux de 8% est représenté par la valeur 8.
- en l'absence de précisions contraires, aucun arrondi ne doit être fait dans les applications numériques.

## 2. EMPRUNT A TAUX FIXE



### 2.1. Méthode de calcul

#### 2.1.1. Périodicité du coupon inférieure strictement à 2 ans

$$cc_{j+n}^j = \frac{n_{j+n}}{N_{j+n}} \times \frac{CNF}{NOM} \times 100$$

$cc_{j+n}^j$  est arrondi commercialement à trois décimales.

Cette formule utilise la règle de calcul du coupon couru telle qu'elle avait été explicitée par l'avis de la Chambre Syndicale des Agents de Change n° 73-639 du 17 juillet 1973 puis modifiée par l'avis n°88-2253 de la Société des Bourses Françaises du 29 septembre 1988.

Dans le cas où la valeur du coupon net en francs CNF n'a pas fait l'objet d'une communication officielle, celle-ci est calculée selon la méthode exposée dans le chapitre 4.

### 2.1.2. Périodicité du coupon supérieure ou égale à 2 ans

$$cc_{j+n}^j = \left[ \left( 1 + \frac{CNF}{NOM} \right)^{\frac{n_{j+n}}{N_{j+n}}} - 1 \right] \times 100$$

Les coupons courus des coupons de périodicité supérieure à deux ans seront abordés dans le chapitre 6 sur les coupons atypiques.

## 2.2. Exemple

**Titre fictif à nominal fondant, à coupon semestriel soumis à retenue à la source.**

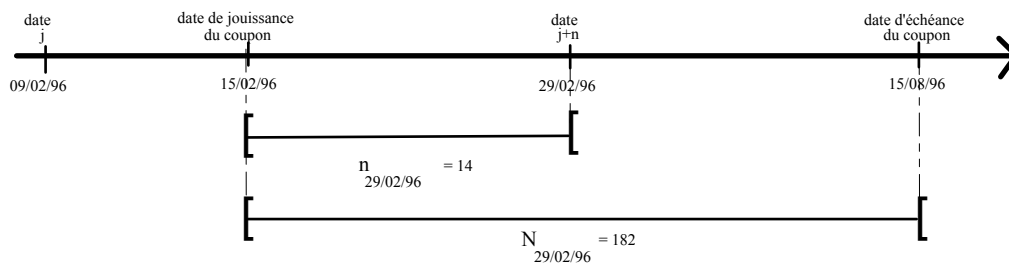
Caractéristiques de l'émission :

|                                                    |                       |
|----------------------------------------------------|-----------------------|
| avec retenue à la source de 10% sur le coupon brut | $a = 0,9$             |
| coupons semestriels                                | $d = 0,5$             |
| date d'échéance des coupons :                      | 15 février et 15 août |
| taux nominal = 8 3/8 %                             | $Tbb = 8,375$         |
| nominal = 200 F jusqu'au 14 février 1996           |                       |
| = 150 F à partir du 15 février 1996                |                       |

Conditions de marché :

date  $j$  = vendredi 9 février 1996  
date  $j+n$  = jeudi 29 février 1996  
NOM = 150  
échéance du coupon dont on cherche la fraction courue = jeudi 15 août 1996  
Le coupon net n'a pas fait l'objet d'une communication officielle.

Application de la méthode de calcul :



#### a) Détermination du coupon en francs : CF

$CF = (8,375 / 100) \times 0,5 \times 150 = 6,28125$  tronqué à 6,2812  
arrondi par excès à  $CF = 6,29$  F

#### b) Détermination du coupon net en francs : CNF

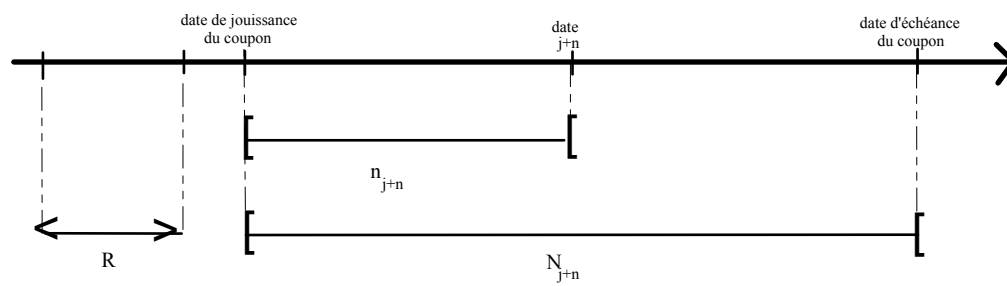
$$\text{CNF} = 0,9 \times 6,29 = 5,661 \quad \text{arrondi à} \quad \text{CNF} = 5,66 \text{ F}$$

**c) Détermination du coupon couru :  $cc_{29/02/96}^{09/02/96}$**

$$cc_{29/02/96}^{09/02/96} = \frac{14}{182} \times \frac{5,66}{150} \times 100 = 0,29025641... \text{ arrondi à } 0,290$$

Le coupon couru vaut donc 0,290%.

### 3. EMPRUNT A TAUX PREDETERMINE (COURAMMENT APPELE REVISABLE)



#### 3.1. Méthode de calcul

La fraction courue du coupon est déterminée à partir du coupon plein net en francs, CNF (§ 3.1.3.). Si le CNF n'a pas fait l'objet d'une communication officielle, il est estimé grâce au taux de base margé borné  $Tbb_{j+n}^j$  (§ 3.1.2.), ce dernier étant calculé à partir du taux de base  $tb_{j+n}^j$  (§ 3.1.1.).

#### 3.1.1. Détermination du taux de base

##### 3.1.1.1. Références quotidiennes ou hebdomadaires

Il s'agit notamment des emprunts P3R, TRE, TRA, CNO-TEC, émis par l'Etat, pour lesquels le taux de base du coupon est égal à une moyenne arithmétique d'indices quotidiens ou hebdomadaires, sans référence aux éventuels indices mensuels correspondants.

$$tb_{j+n}^j = \frac{\sum_{i=1}^p t_i}{p}$$

- $t_i$  = ième indice périodique (quotidien ou hebdomadaire) de la période de référence R, si sa date de validité est antérieure ou égale à la date j,  
=  $t_j$ , dernier indice périodique de référence (quotidien ou hebdomadaire) valide à la date j, sinon (cristallisation).  

$p$  = nombre d'indices périodiques (quotidiens ou hebdomadaires) de la période de référence.

### 3.1.1.2. Références mensuelles

#### 3.1.1.2.1. Références TME-TMB

$$tb_{j+n}^j = \frac{\sum_{k=1}^m \frac{\sum_{i=1}^{h_k^{j+n}} t_{i,k}}{h_k^{j+n}}}{m}$$

$h_k^{j+n}$  = Max (1 ; nombre d'indices hebdomadaires du mois k valides à la date j+n ).

Ce nombre d'indices est égal :

- dans le cas du TME, au nombre de vendredis (date d'effet) du mois k dont le mardi suivant (date de validité) est antérieur ou égal à la date j+n,
- dans le cas du TMB, au nombre de jeudis du mois k antérieurs ou égal à la date j+n.

$t_{i,k}$  = ième indice hebdomadaire du mois k, si sa date de validité est antérieure ou égale à la date j,  
=  $t_j$ , dernier indice hebdomadaire de référence valide à la date j, sinon (cristallisation).

Remarque :

Si tous les  $t_{i,k}$  du mois k sont validés à la date j, alors le terme  $\frac{1}{h_k^{j+n}} \sum_{i=1}^{h_k^{j+n}} t_{i,k}$  est remplacé par l'indice mensuel du mois.

Le terme  $\frac{1}{h_k^{j+n}} \sum_{i=1}^{h_k^{j+n}} t_{i,k}$  est arrondi commercialement à deux décimales pour  $k = (1, \dots, m)$ .



### 3.1.1.2.2. Référence TMO

$$tb_{j+n}^j = \frac{\sum_{k=1}^{k=m} \frac{h_k^j \times T_{k,j} + (h_k^{j+n} - h_k^j) \times t_j}{h_k^{j+n}}}{m}$$

$h_k^x$  = Max (1 ; nombre d'indices hebdomadaires du mois k valides à la date x).

Ce nombre d'indices est égal au nombre de jeudis du mois k antérieurs ou égal à la date x.

$t_j$  = dernier THO valide à la date j.

$T_{k,j}$  =  $t_j$ , si à la date j, aucun THO n'a été validé depuis le début du mois k (cristallisation),  
= dernier TMO estimé du mois k dont la date de validité est antérieure ou égale à la date j, sinon.

Remarque :

Le terme  $\frac{h_k^j \times T_{k,j} + (h_k^{j+n} - h_k^j) \times t_j}{h_k^{j+n}}$  est arrondi commercialement à deux décimales pour  $k = (1, \dots, m)$ .

### 3.1.2. Détermination du taux de base margé borné

$$Tbb_{j+n}^j = \text{Max} \left( T_{\min} ; \text{Min} \left( tb_{j+n}^j \times mr + ma ; T_{\max} \right) \right)$$

### 3.1.3. Détermination du coupon couru

Le coupon couru est déterminé à partir du montant du coupon plein net en francs.

$$cc_{j+n}^j = \frac{n_{j+n}}{N_{j+n}} \times \frac{CNF}{NOM} \times 100$$

Dans le cas où la valeur du coupon net en francs CNF n'a pas fait l'objet d'une communication officielle, celle-ci est calculée selon la méthode exposée dans le chapitre 4, avec  $Tbb = Tbb_{j+n}^j$ .

$cc_{j+n}^j$  est arrondi commercialement à trois décimales.

### 3.2. Exemple

**Titre fictif Pibor 3 mois révisable (P3R). Différents cas de positionnement de la date j par rapport à la période de référence R.**

Caractéristiques de l'émission :

|                                        |                                                                                                        |
|----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| période de référence                   | : le deuxième jour ouvré précédant le début de chaque période d'intérêt : $p = 1$                      |
| coupons trimestriels                   | $d = \frac{\text{nb de jours reels}}{360}$                                                             |
| date d'échéance des coupons            | : échéances du contrat Matif Pibor 3 mois soit le 3ème mercredi du 3ème mois de chaque trimestre civil |
| pas de marge faciale                   | : $ma = 0$ et $mr = 1$                                                                                 |
| pas de taux annuel minimum, ni maximum |                                                                                                        |
| sans retenue à la source               | : $a = 1$                                                                                              |
| nominal = 1 000 F                      | : $NOM = 1\ 000$                                                                                       |

Conditions de marché :

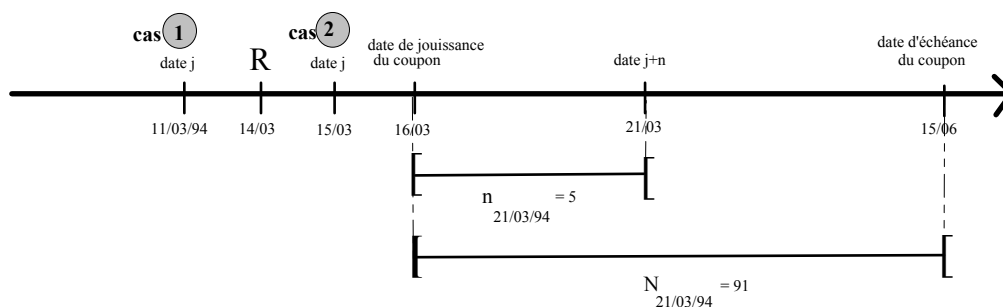
date  $j+n$  = lundi 21 mars 1994

échéance du coupon dont on cherche la fraction courue = mercredi 15 juin 1994

durée de la période de jouissance = 91 jours  $\Rightarrow d = \frac{91}{360}$

R = lundi 14 mars 1994

Application de la méthode de calcul :



Dans le cas où la valeur du coupon net en francs CNF n'a pas fait l'objet d'une communication officielle, on calcule le taux de base du coupon selon la méthode exposée au chapitre 3.1.1.1. La période de référence se réduit à un jour et la formule du taux de base du coupon se simplifie :

$tb_{j+n}^j$  = dernier indice valide à la date j, si j est antérieure à la date  $R + 2$  jours ouvrés.

= taux de référence du coupon, sinon.

### 3.2.1. cas ① : La date j est antérieure à la période de référence.

date j = vendredi 11 mars 1994

Le coupon payable le 15 juin 1994 n'a pas fait l'objet d'une communication officielle à la date du 11 mars 1994, la référence n'étant pas connue.

#### a) Détermination du taux de base : $tb_{21/03/94}^{11/03/94}$

$tb_{21/03/94}^{11/03/94} = t_i$ , dernier taux de référence valide à la date du 11 mars 1994 (Pibor 3 mois du mercredi 9 mars).  
 $= 6,25000$

#### b) Détermination du taux de base margé borné : $Tbb_{21/03/94}^{11/03/94}$

$$Tbb_{21/03/94}^{11/03/94} = Tb_{21/03/94}^{11/03/94} = tb_{21/03/94}^{11/03/94} = 6,25000$$

#### c) Détermination du coupon couru : $cc_{21/03/94}^{11/03/94}$

$$CNF = CF = \frac{6,25000}{100} \times \frac{91}{360} \times 1000 = 15,79861111...$$

tronqué à 15,7986  
et arrondi par excès à CF = 15,80 F

$$cc_{21/03/94}^{11/03/94} = \frac{5}{91} \times \frac{15,80}{1000} \times 100 = 0,086813187... \text{ arrondi à } 0,087$$

Le coupon couru vaut donc 0,087 %.

### 3.2.2. cas ② : La date j est postérieure à la période de référence.

date j = mardi 15 mars 1994

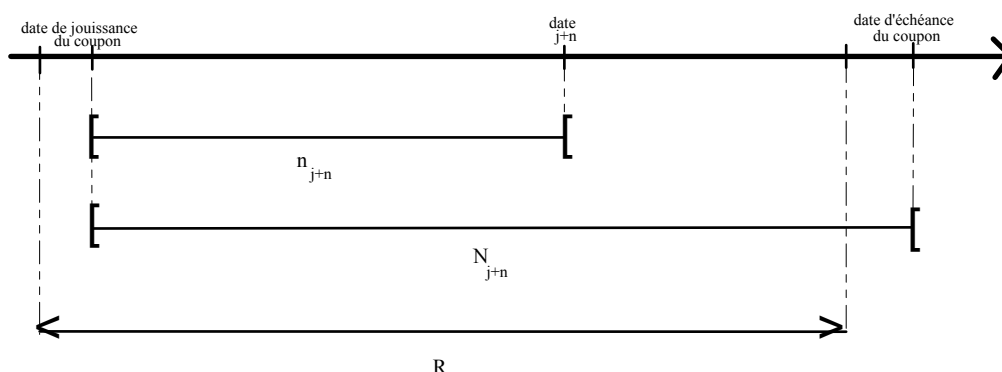
Le coupon a fait l'objet d'une communication officielle : la valeur de CNF est de 15,79 francs.

#### Détermination du coupon couru : $cc_{21/03/94}^{15/03/94}$

$$cc_{21/03/94}^{15/03/94} = \frac{5}{91} \times \frac{15,79}{1000} \times 100 = 0,086758242... \text{ arrondi à } 0,087$$

Le coupon couru vaut donc 0,087 %.

## 4. EMPRUNT A TAUX POSTDETERMINE (COURAMMENT APPELE VARIABLE)



### 4.1. Méthode de calcul

Si la date  $j+n$  n'appartient pas à la période de référence  $R$  (§ 4.1.3.2.), la fraction courue du coupon est déterminée à partir du coupon plein net en francs, CNF. Si le CNF n'a pas fait l'objet d'une communication officielle, il est estimé grâce au taux de base margé borné  $Tbb_{j+n}^j$  (§ 4.1.2.), ce dernier étant calculé à partir du taux de base  $tb_{j+n}^j$  (§ 4.1.1.).

Si la date  $j+n$  appartient à la période de référence  $R$  (§ 4.1.3.1.), la fraction courue du coupon est déterminée à partir du taux de base margé borné  $Tbb_{j+n}^j$  (§ 4.1.2.), ce dernier étant calculé à partir du taux de base  $tb_{j+n}^j$  (§ 4.1.1.).

#### 4.1.1. Détermination du taux de base

##### 4.1.1.1. Références P1C - TAM

$$1 + \frac{tb_{j+n}^j}{100} = \left[ \prod_{k=1}^{k=m} \left( 1 + \frac{\sum_{i=1}^{q_k^{j+n}} t_{i,k}}{360 \times 100} \right) \right]^{\frac{r}{\sum_{k=1}^{k=m} \frac{q_k^{j+n}}{q_k}}}$$

$r$  = nombre de mois de la période de référence  $R$ .

$q_k$  = nombre de jours du kème mois de la période de référence, appelé mois  $k$ .

$q_k^{j+n}$  = nombre de jours du mois  $k$  antérieurs ou égal à la date  $j+n$ .

## **CHAPITRE 6**

### **COUPONS ATYPIQUES ET OBLIGATIONS A LIBERATION FRACTIONNEE**

## 1. COUPONS ATYPIQUES

### 1.1. Définition et origine

Un coupon atypique, c'est à dire qui ne possède pas de caractéristique permettant son classement, est en général le premier coupon d'un emprunt et sa période est d'une durée différente des périodes courantes.

Exemple : date jouissance : 15 avril 1996,  
date de paiement des coupons : 31 mars, le premier étant le 31 mars 1997,  
première période : 350 jours,  
période courante : 1 an.

Pendant longtemps les coupons atypiques ont été principalement utilisés pour les emprunts convertibles et ont permis de faire coïncider le début de l'exercice social et le paiement des coupons. Maintenant, ils sont devenus l'un des vecteurs d'ajustement des conditions de lancement des émissions à celles du marché.

On les trouve pour des emprunts à taux fixe aussi bien qu'à taux variable. Leur période peut être, soit voisine de l'année, soit franchement plus petite, six ou neuf mois par exemple, soit enfin, nettement plus longue, dix huit mois, deux ans voire plus.

Ces trois cas de figure amènent naturellement les émetteurs à des situations différentes pour le calcul du coupon atypique, et celles-ci se multiplient avec la structure du taux de référence. Le taux du coupon atypique est tantôt le résultat d'une moyenne arithmétique et peut donner un taux annuel en pourcentage ou en taux de la période, tantôt le résultat d'une capitalisation.

Quoiqu'il en soit, l'émetteur devra veiller très soigneusement dans le contrat d'émission, à la rédaction du chapitre relatif à l'intérêt servi pour cette période et ne laisser aucun doute sur la valeur de cette rémunération. De son mode de calcul découlera, cela va sans dire, celui des coupons courus.

### 1.2. Détermination du coupon atypique

#### 1.2.1. Emprunt à taux fixe

Le coupon atypique net en francs des emprunts à taux fixe est en général donné par le contrat d'émission. Le coupon couru est calculé au prorata temporis.

## **1.2.2. Emprunt à taux variable et révisable**

### **1.2.2.1. Principes de base de détermination du coupon atypique plein**

Le taux de base servant au calcul du coupon atypique est obtenu :

- soit par la constitution d'une moyenne arithmétique de taux, (cf. 6.2.1.1. formule (1)).
- soit par capitalisation d'un taux mensuel, (cf. 6.2.1.1. formule (2)).

Dans le cas de la capitalisation, deux démarches sont possibles :

Première démarche : quelle que soit la durée de la période de référence du coupon atypique, le calcul passera par l'intermédiaire d'un taux annuel, le taux équivalent actuariel annuel (cf. 6.3.2. et 6.3.3.).

Deuxième démarche : on détermine directement, le taux de la période (cf. 6.3.4.).

### **1.2.2.2. Principes généraux de détermination du coupon couru**

La cotation des emprunts à taux variable en pourcentage au pied du coupon conduit à définir les règles à appliquer pour la détermination du coupon couru des coupons atypiques comme cela a été fait pour les autres coupons.

La démarche peut se décomposer en 3 étapes :

1 - Faire une estimation du taux de base du coupon couru atypique par rapport au nominal du titre. On partira des indices valides à la date du calcul, suivant les mêmes conditions que dans le chapitre 5 sur les coupons courus.

2 - Introduire la correction due à la marge contractuelle si besoin est.

3 - Exprimer la valeur du coupon en pourcentage du nominal en tenant compte proportionnellement du nombre de jours courus et de celui de la période atypique. Au cas où le coupon atypique court sur deux ans ou plus, on calculera le taux équivalent actuariel correspondant au nombre de jours courus.

Remarque :

Les résultats intermédiaires, RI, sont ici donnés avec six chiffres significatifs au moins, après la virgule et n'ont subi aucun arrondi au cours des calculs, seuls les résultats finaux, RF, sont eux arrondis suivant les règles appropriées et donnés avec le nombre de chiffres voulu.

$$RI = 1 + 2/300 = 1,006666$$

$$RF = (RI - 1) \times 100 = 0,667 \% = \text{cc en \%}$$

## 2. METHODE DE CALCUL DES COUPONS ATYPIQUES

Les notations utilisées sont celles définies dans les chapitres 3, 4 et 5.

### 2.1. Calcul des coupons pleins

#### 2.1.1. Détermination du taux de base : $tb_D^j$

Les formules données ci-dessous supposent que la période de référence est terminée. Dans le cas contraire se reporter aux formules figurant dans le chapitre 4 sur les coupons pleins estimés.

- Le taux de base est une moyenne arithmétique de la période :

$$tb_D^j = \frac{\sum_{k=1}^{k=r} T_k}{r} \quad (1)$$

- Le taux de base est obtenu par capitalisation :

$$tb_D^j = \left[ \left( \prod_{k=1}^{k=r} \left( 1 + \frac{T_k}{100} \times \frac{q_k}{360} \right) \right)^{\frac{B^*}{r}} - 1 \right] \times 100 \quad (2)$$

(\*) Deux cas de figure peuvent se présenter :

1- Le taux de base est un taux équivalent actuariel annuel alors  $B = 12$ .

2- Le taux de base est le taux de la période du coupon atypique, alors  $B = r$  (exprimé en mois et  $r \neq 12$ ). Dans ce cas, le coefficient périodique  $d$  est toujours égal à 1.

#### 2.1.2. Détermination des taux de base margé $Tb_D^j$ , et margé borné $Tbb_D^j$

$$Tb_D^j = ma + (mr \times tb_D^j) \quad (3)$$

$$Tbb_D^j = \text{Max} (T_{\min} ; \text{Min} (Tb_D^j ; T_{\max})) \quad (4)$$

#### 2.1.3. Coupon atypique plein CF et CNF

- Le coupon plein court sur moins de deux ans :

$$CF = \frac{Tbb_D^j}{100} \times d \times \text{NOM} \quad (5)$$

- Le coupon plein court sur deux ans ou plus :



$$CF = \left[ \left( 1 + \frac{Tbb_D^j}{100} \right)^d - 1 \right] \times NOM \quad (6)$$

avec :

$d = \frac{\text{nombre de jours de la période atypique du coupon}}{\text{nombre de jours de l'année}}$

Remarques :

- Les jours peuvent parfois être remplacés par des mois.
- Le nombre de jours de l'année est souvent indiqué dans le contrat pour le calcul de d. Cependant, si aucune instruction n'est donnée on prendra 366 jours si la période atypique comporte un 29 février, et 365 jours sinon.

- Le coupon net en francs vaut alors :

$$CNF = a \times CF \quad (7)$$

## 2.2. Calcul des coupons courus

### 2.2.1. Détermination du taux de base : $tb_{j+n}^j$

- Le taux de base est une moyenne arithmétique de la période (formule TME) : (cf chapitre 5)

$$tb_{j+n}^j = \frac{\sum_{k=1}^{k=m} \frac{q_k^{j+n}}{q_k} \times \frac{\sum_{i=1}^{h_k^{j+n}} t_{i,k}}{h_k^{j+n}}}{\sum_{k=1}^{k=m} \frac{q_k^{j+n}}{q_k}} \quad (8)$$

- Le taux de base est obtenu par capitalisation (P1C, TAM) : (cf chapitre 5)

$$1 + \frac{tb_{j+n}^j}{100} = \left[ \prod_{k=1}^{k=m} \left( 1 + \frac{\sum_{i=1}^{q_k^{j+n}} t_{i,k}}{360 \times 100} \right) \right]^{\frac{B^*}{\sum_{k=1}^{k=m} \frac{q_k^{j+n}}{q_k}}} \quad (9)$$

(\*) Deux cas de figure peuvent se présenter :

- 1- Le taux de base est un taux équivalent actuariel annuel alors  $B = 12$ .
- 2- Le taux de base est le taux de la période du coupon atypique, alors  $B = r$  (exprimé en mois et  $r \neq 12$ ). Dans ce cas, le coefficient périodique d est toujours égal à 1.

- Coupons uniques :

Les différents taux de base se calculent à partir du nominal du titre et du montant de son coupon à l'échéance, soit :

$$\frac{Tbb_{j+n}^j}{100} = \frac{Tb_{j+n}^j}{100} = \frac{tb_{j+n}^j}{100} = \text{Intérêts capitalisés en francs / Nominal en francs} \quad (10)$$

Remarques :

1-  $d = 1$

2- Les obligations à zéro coupon n'ont pas de coupon couru puisque la rémunération de ces titres se fait par capitalisation du nominal.

### 2.2.2. Détermination des taux de base margé $Tb_{j+n}^j$ , et margé borné $Tbb_{j+n}^j$

$$Tb_{j+n}^j = ma + (mr \times tb_{j+n}^j) \quad (11)$$

$$Tbb_{j+n}^j = \text{Max} (Tmin ; \text{Min} ( Tb_{j+n}^j ; Tmax)) \quad (12)$$

### 2.2.3. Coupon couru atypique : $cc_{j+n}^j$

- Le coupon plein court sur moins de deux ans :

$$cc_{j+n}^j = \frac{n_{j+n}}{N_{j+n}} \times \frac{CNF}{NOM} \times 100 \quad (13)$$

ou

$$cc_{j+n}^j = \frac{n_{j+n}}{N_{j+n}} \times Tbb_{j+n}^j \times d \times a \quad (14)$$

- Le coupon plein court sur deux ans ou plus :

$$cc_{j+n}^j = \left[ \left( 1 + \frac{CNF}{NOM} \right)^{\frac{n_{j+n}}{N_{j+n}}} - 1 \right] \times 100 \quad (15)$$

ou

$$cc_{j+n}^j = \left[ \left[ 1 + \left( \left( 1 + \frac{Tbb_{j+n}^j}{100} \right)^d - 1 \right) \times a \right]^{\frac{n_{j+n}}{N_{j+n}}} - 1 \right] \times 100 \quad (16)$$

Rappels :

- $cc_{j+n}^j$  : coupon couru net à la date  $j+n$ , exprimé en pourcentage du nominal, réputé calculé à la date  $j$ ,
- $n_{j+n}$  : nombre de jours compris entre la date de jouissance -incluse- du coupon qui court à la date  $j+n$  et la date  $j+n$  -exclue-,
- $N_{j+n}$  : nombre de jours compris entre la date de jouissance -incluse- du coupon qui court à la date  $j+n$ , et la date d'échéance -exclue- de ce coupon,
- Si le coupon net en francs n'a pas fait l'objet d'une communication officielle, il sera calculé suivant les équations (5), (6) et (7) avec  $Tbb_D^j = Tbb_{j+n}^j$ .

### 3. EXEMPLES

#### 3.1. PECHINEY TME avril 1988 (code 16340)

a) BALO du 18 avril 1988

Texte relatif au coupon atypique :

"Le premier terme d'intérêt portant sur une période de 402 jours sera égal forfaitairement à 102 % du TME."

b) Données relatives au coupon atypique

|                        |                                                                 |
|------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| Coupure                | : 5000 F.                                                       |
| Date de jouissance     | : 19 avril 1988.                                                |
| Date du premier coupon | : 26 mai 1989.                                                  |
| Période atypique       | : 402 jours, soit 1 an et 37 jours.                             |
| Période de référence   | : mai 1988-avril 1989.                                          |
| Taux de base           | : Moyenne arithmétique.                                         |
| Marge                  | : marge multiplicative de 102 % pour le 1 <sup>er</sup> coupon. |
| Coefficient périodique | : $d = 1$ .                                                     |
| Borne                  | : Taux maximum = 11 % et taux minimum = 7 %.                    |

c) Coupon atypique plein du 26 mai 1989

Sa période est voisine de l'année et la période de base est l'année.

Formules utilisées (1), (3), (4) et (5).

Date  $j$  = 26 mai 1989

Date  $D$  = 26 mai 1989

Le 26 mai 1989 on obtient à l'aide des formules précédentes :

$$tb_{26/05/89}^{26/05/89} = \frac{9,22 + 8,94 + 8,95 + 9,21 + 9,00 + 8,71 + 8,70 + 8,62 + 8,52 + 8,94 + 9,02 + 8,83}{12}$$

$$= 8,888333...\%$$

$$Tb_{26/05/89}^{26/05/89} = 1,02 \times 8,888333...$$

$$= 9,0661 \%$$

$$Tbb_{26/05/89}^{26/05/89} = \text{Max} (7 ; \text{Min} (9,0661 ; 11))$$

$$= 9,0661 \%$$

soit un coupon plein de :

$$CF = \frac{9,0661}{100} \times 1 \times 5000 = 453,305 \quad \text{arrondi à } 453,31 \text{ F}$$

d) Coupon couru du 28 avril 1988 :

La période de référence n'est pas commencée, le taux de référence est égal au dernier taux hebdomadaire (THE) valide à la date de calcul, soit 9,03 %.

Date j = 28 avril 1988

Date j+n = 28 avril 1988

En utilisant les formules (8), (11), (12) et (13) on obtient :

$$tb_{28/04/88}^{28/04/88} = 9,03 \%$$

$$Tb_{28/04/88}^{28/04/88} = 1,02 \times 9,03$$

$$= 9,2106 \%$$

$$Tbb_{28/04/88}^{28/04/88} = \text{Max} (7 ; \text{Min} (9,2106 ; 11))$$

$$= 9,2106 \%$$

soit

$$cc_{28/04/88}^{28/04/88} = \frac{9}{402} \times 1 \times 9,2106 = 0,206207... \quad \text{arrondi à } 0,206 \%$$

### 3.2. UCB-TAM avril 1997 (code 11001)

a) Données relatives au coupon atypique

Coupure : 2000 F.

Date de jouissance : 30 novembre 1996.

Date du dernier coupon : 15 avril 1997.

Période atypique : 136 jours.

Période de référence : mars 1996-février 1997.

Taux de base : équivalent actuariel annuel (B = 12).

Coefficient périodique : d = 1

Marge : marge multiplicative de 0,53 % pour le dernier coupon.

b) Coupon atypique plein du 15 avril 1997

La période de référence n'est pas commencée, le taux de référence est donc égal au dernier taux quotidien (TMP) connu à la date de calcul, soit 4,43750 %.

Formules utilisées (2), (3), (4) et (5).

Date j = 22 janvier 1996

Date D = 15 avril 1997

Le 15 avril 1997 on obtient à l'aide des formules précédentes :

$$\begin{aligned}
 tb_{15/04/97}^{22/01/96} &= \left[ \left( 1 + \frac{4,43750 \times 31}{36000} \right)^7 \left( 1 + \frac{4,43750 \times 30}{36000} \right)^4 \left( 1 + \frac{4,43750 \times 28}{36000} \right)^{\frac{12}{12}} - 1 \right] \times 100 \\
 &= 4,593070... \% \\
 Tb_{15/04/97}^{22/01/96} &= 0,53 \times 4,593070... \\
 &= 2,434327... \% \\
 Tbb_{15/04/97}^{22/01/96} &= Tb_{15/04/97}^{22/01/96} \\
 &= 2,434327... \%
 \end{aligned}$$

soit un coupon plein de :

$$CF = \frac{2,434327...}{100} \times 2000 = 48,68654... \quad \text{arrondi à 48,69 F}$$

c) Coupon couru du 8 janvier 1997

La période de référence n'est pas commencée, le taux de référence est donc égal au dernier taux quotidien (TMP) valide à la date de calcul, soit 4,50000 %.

Date j = 22 janvier 1996

Date j+n = 8 janvier 1997

En utilisant les formules (9), (11), (12) et (14) on obtient :

$$\begin{aligned}
 tb_{08/01/97}^{22/01/96} &= \left[ \left( 1 + \frac{4,50000 \times 31}{36000} \right)^6 \left( 1 + \frac{4,50000 \times 30}{36000} \right)^4 \left( 1 + \frac{4,50000 \times 8}{36000} \right)^{\frac{12}{10 + \frac{8}{31}}} - 1 \right] \times 100 \\
 &= 4,689551... \% \\
 Tb_{08/01/97}^{22/01/96} &= 0,53 \times 4,689551... \\
 &= 2,485462... \% \\
 Tbb_{08/01/97}^{22/01/96} &= Tb_{08/01/97}^{22/01/96} \\
 &= 2,485462... \%
 \end{aligned}$$

soit

$$cc_{08/01/97}^{22/01/96} = \frac{39}{136} \times 2,485462... = 0,7127427... \quad \text{arrondi à 0,713 \%}$$

### 3.3. SOFEC P1C janvier 2002 (code 11619)

a) Données relatives au coupon atypique

Coupure : 5000 F.  
 Date de jouissance : 28 décembre 2000.  
 Date du dernier coupon : 28 janvier 2002.  
 Période atypique : 396 jours.  
 Période de référence : 13 mois, décembre 2000 - décembre 2001.  
 Taux de base : équivalent actuariel annuel ( $B = 12$ ).  
 Coefficient périodique :  $d = 396/366$ .

b) Coupon atypique plein du 28 janvier 2002

La période de référence n'est pas commencée, le taux de référence est donc égal au dernier taux quotidien (P1M) connu à la date de calcul, soit 4,46484 %.

Formules utilisées (2), (3), (4) et (5).

Date  $j = 22$  janvier 1996

Date  $D = 28$  janvier 2002

Le 28 janvier 2002 on obtient à l'aide des formules précédentes :

$$\begin{aligned}
 tb_{28/01/02}^{22/01/96} &= \left[ \left( 1 + \frac{4,46484 \times 31}{36000} \right)^8 \left( 1 + \frac{4,46484 \times 30}{36000} \right)^4 \left( 1 + \frac{4,46484 \times 28}{36000} \right)^{\frac{12}{13}} - 1 \right] \times 100 \\
 &= 4,628920... \% \\
 Tb_{28/01/02}^{22/01/96} &= tb_{28/01/02}^{22/01/96} \\
 &= 4,628920... \% \\
 Tbb_{28/01/02}^{22/01/96} &= Tb_{28/01/02}^{22/01/96} \\
 &= 4,628920... \%
 \end{aligned}$$

soit un coupon plein de :

$$CF = \frac{4,628920...}{100} \times \frac{396}{366} \times 5000 = 250,416995... \text{ arrondi à } 250,42 \text{ F}$$

c) Coupon couru du 14 septembre 2001

La période de référence n'est pas commencée, le taux de référence est donc égal au dernier taux quotidien (P1M) valide à la date de calcul, soit 4,43750 %

Date  $j = 22$  janvier 1996

Date  $j+n = 14$  septembre 2001

En utilisant les formules (9), (11), (12) et (14) on obtient :

$$\begin{aligned}
 Tb_{14/09/01}^{22/01/96} &= \left( \left( 1 + \frac{4,43750 \times 31}{36000} \right)^6 \left( 1 + \frac{4,43750 \times 30}{36000} \right)^2 \left( 1 + \frac{4,43750 \times 28}{36000} \right) \left( 1 + \frac{4,43750 \times 14}{36000} \right)^{\frac{12}{9 + \frac{14}{30}}} - 1 \right) \times 100 \\
 &= 4,594199... \% \\
 Tb_{14/09/01}^{22/01/96} &= tb_{14/09/01}^{22/01/96} \\
 &= 4,594199... \% \\
 Tbb_{14/09/01}^{22/01/96} &= Tb_{14/09/01}^{22/01/96} \\
 &= 4,594199... \%
 \end{aligned}$$

soit

$$cc_{14/09/01}^{22/01/96} = \frac{260}{396} \times \frac{396}{366} \times 4,594199... = 3,263638... \text{ arrondi à } 3,264 \%$$

### 3.4. Barclays Bank TAM septembre 1987 tranche C (code 10389)

a) BALO du 6 juin 1988

Avis rectificatif du BALO du 28 septembre 1987

Le premier terme d'intérêt de la tranche C sera calculé sur la base de la formule suivante :

$$5000 \times \left\{ \left[ \prod_{m=\text{sept } 87}^{\text{Fev } 89} \left( 1 + \frac{q_m \times \text{TMM}_m}{360 \times 100} \right) \right] - 0,9985 \right\}$$

$q_m$  : Nombre de jours du mois  $m$ .

$\text{TMM}_m$ : Taux moyen mensuel du marché monétaire au jour le jour entre banques pour le mois  $m$ , tel qu'établi par l'Association Française des Banques.

b) Données relatives au coupon atypique

Coupure : 5000 F.

Date de jouissance : 28 septembre 1987.

Date du premier coupon : 28 mars 1989.

Période atypique : 547 jours.

Période de référence : 18 mois, septembre 1987-février 1989.

Taux de base : Taux de la période ( $B = r = 18$ ).

Marge : marge additive de 0,15 % incluse dans la formule du BALO.

Coefficient périodique :  $d = 1$ .

c) Coupon atypique plein du 28 mars 1989

Formules utilisées (2), (3), (4) et (5).

Date  $j = 12$  mars 1989

Date  $D = 28$  mars 1989

Le 28 mars 1989 on obtient à l'aide des formules précédentes :

$$tb_{28/03/89}^{12/03/89} = \left( \left[ \left( 1 + \frac{7,3604 \times 30}{36000} \right) \left( 1 + \frac{7,6935 \times 31}{36000} \right) \dots \left( 1 + \frac{8,4556 \times 31}{36000} \right) \left( 1 + \frac{8,6987 \times 28}{36000} \right) \right] - 1 \right) \times 100$$

$$= 12,421182... \%$$

$$Tb_{28/03/89}^{12/03/89} = 0,15 + 12,421182...$$

$$= 12,571182... \%$$

$$Tbb_{28/03/89}^{12/03/89} = Tb_{28/03/89}^{12/03/89}$$

$$= 12,571182... \%$$

soit un coupon plein de :

$$CF = \frac{12,571182...}{100} \times 1 \times 5000 = 628,55912... \quad \text{arrondi à } 628,56 \text{ F}$$

d) Coupon couru du 2 mai 1988

Date  $j = 2$  mai 1988

Date  $j+n = 2$  mai 1988

En utilisant les formules (9), (11), (12) et (14) on obtient :

$$\begin{aligned}
tb_{02/05/88}^{02/05/88} &= \left[ \left( 1 + \frac{7,3604 \times 30}{36000} \right) \left( 1 + \frac{7,6935 \times 31}{36000} \right) \dots \left( 1 + \frac{7,5521 \times 30}{36000} \right) \left( 1 + \frac{15,50}{36000} \right) \right]^{\frac{18}{8 + \frac{2}{31}}} - 1 \times 100 \\
&= 12,435957... \% \\
Tb_{02/05/88}^{02/05/88} &= 0,15 + 12,435957... \\
&= 12,585957... \% \\
Tbb_{02/05/88}^{02/05/88} &= Tb_{02/05/88}^{02/05/88} \\
&= 12,585957... \%
\end{aligned}$$

soit

$$cc_{02/05/88}^{02/05/88} = \frac{217}{547} \times 1 \times 12,585957... = 4,992966... \quad \text{arrondi à } 4,993 \%$$

### 3.5. CFF coupon unique juillet 2005 (code 19711)

a) Données relatives au coupon atypique

Coupure : 5000 F.  
Date de jouissance : 3 juillet 1995.  
Date du coupon : 3 juillet 2005.  
Période atypique : 3653 jours.  
Coefficient périodique :  $d = 1$ .

b) Coupon atypique plein du 3 juillet 2005

Le coupon unique fixé par l'émetteur est de 5476,25 francs.

c) Coupon couru du 22 février 1996

Date  $j$  = 19 février 1996

Date  $j+n$  = 22 février 1996

En utilisant les formules (10) et (16) on obtient :

$$Tbb_{22/02/96}^{19/02/96} = \frac{5476,25}{5000} = 1,09525 \text{ ou } 109,525 \%$$

soit

$$cc_{22/02/96}^{19/02/96} = \left[ \left( 1 + 1,09525 \right)^{\frac{234}{3653}} - 1 \right] \times 100 = 4,85216092... \quad \text{arrondi à } 4,852 \%$$



## 4. OBLIGATIONS A LIBERATION FRACTIONNEE, OLIF

### 4.1. Définition

L'obligation à libération fractionnée, l'OLIF est une obligation que le souscripteur paie en plusieurs fois, généralement deux. Un premier versement l'engage, il se fait à la clôture de la souscription et correspond à une fraction du nominal souscrit. Le deuxième versement le libère entièrement de son engagement, il interviendra le plus souvent plusieurs mois après, alors que le titre est déjà coté en bourse, à la suite du premier versement. Il correspond au solde dû.

### 4.2. Coupon couru de l'OLIF

Un consensus s'est établi sur la règle de calcul permettant de déterminer la fraction courue du premier coupon des OLIF.

En notant :

- NOM : Nominal du titre,
- NOM<sub>1</sub> : Partie du nominal relative au premier décaissement,
- NOM<sub>2</sub> : Partie du nominal relative au second décaissement,
- DC : Date du calcul,
- D<sub>1</sub> : Première date de jouissance, généralement date du premier règlement,
- D<sub>2</sub> : Deuxième date de jouissance, date du deuxième règlement,
- C<sub>1</sub> : Date du premier coupon,
- n : Nombre de jours entre les deux dates de jouissance,
- np<sub>1</sub> : Nombre de jours entre la première date de jouissance et le premier coupon,
- np<sub>2</sub> : Nombre de jours entre le deuxième versement et le premier coupon,
- nj<sub>1</sub> : Nombre de jours courus depuis la première date de jouissance,
- nj<sub>2</sub> : Nombre de jours courus depuis le deuxième versement. Si DC est antérieure à D<sub>2</sub>, nj<sub>2</sub> est nul,
- n<sub>2</sub> : Nombre de jours à courir entre la date de calcul et le premier coupon,
- CF : Coupon brut en francs,
- CNF : Coupon net en francs,
- T : Taux nominal réel en % du premier coupon payé en C<sub>1</sub>.

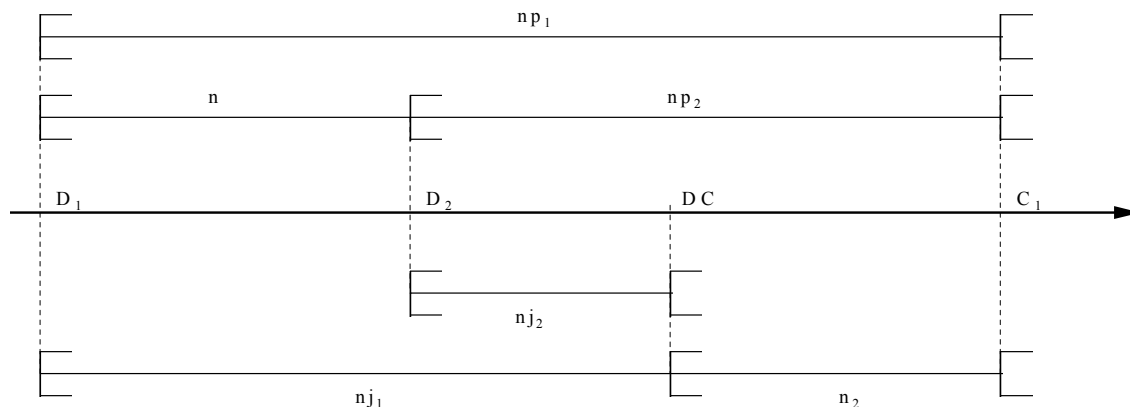


FIGURE 1

Etant donnée la fiscalité en vigueur depuis le 1er janvier 1987, il n'est pas tenu compte de la retenue à la source dans ce chapitre qui intéresse particulièrement les nouvelles émissions. Ainsi, le coupon brut est égal au coupon net payé et les taux coupons, bruts et nets, sont les mêmes.

En notant  $f$  le coefficient de fractionnement, on a :

$$NOM_1 = NOM \times f$$

$$NOM_2 = NOM \times (1 - f)$$

De plus en vue de certaines simplifications, on posera :

$n = np_1 - np_2 =$  nombre de jours entre la date de jouissance  $D_1$ , et  $D_2$  celle du deuxième versement.

$$np_1 = n + np_2 \quad (1)$$

On a également :

$$n = nj_1 - nj_2 \text{ dès que } nj_1 > n$$

$$nj_1 = n + nj_2 \quad (2)$$

### 4.3. Emprunts à taux fixe

#### a) Valeur en francs

Pour un emprunt à taux fixe, le montant CF du premier coupon est connu, indiqué dans le contrat d'émission, et par définition égal à :

$$CF = \frac{T}{100} \left( \frac{np_1}{365} \times NOM_1 + \frac{np_2}{365} \times NOM_2 \right) \quad (3)$$

soit en tenant compte de la relation (1)

$$CF = \frac{T}{100} \times NOM \times \frac{n \times f + np_2}{365} \quad (4)$$

Remarque : Si la première période comprise entre  $C_1 - 1$  an et  $C_1$  contient un 29 février, on remplace 365 par 366, comme pour tout calcul de coupon couru.  
On obtient ensuite le taux réel du premier coupon :

$$T = \frac{100 \times CF}{\frac{np_1}{365} \text{NOM}_1 + \frac{np_2}{365} \text{NOM}_2}$$

Ce taux n'est pas arrondi, et le coupon couru se calcule comme la somme de deux coupons courus, le premier sur le nominal  $\text{NOM}_1$ , au taux  $T$ , de la date  $D_1$  à la date  $DC$ , le second sur le nominal  $\text{NOM}_2$ , au même taux  $T$ , de la date  $D_2$  à la date  $DC$ .

Le coupon couru en francs est donc :

$$\text{CCF} = \text{NOM}_1 \times \frac{T}{100} \times \frac{nj_1}{365} + \text{NOM}_2 \times \frac{T}{100} \times \frac{nj_2}{365} \quad (5)$$

ou :

$$\text{CCF} = \text{NOM} \times \frac{T}{100} \times \frac{nj_1 \times f + nj_2 (1 - f)}{365} \quad (6)$$

avec  $nj_2 = 0$  avant le deuxième versement, c'est-à-dire pour :  $D_1 < DC < D_2$

#### b) Valeur en pourcentage

La cote donne les valeurs du coupon couru en %. Deux cas de figure :

1) avant le deuxième versement  $DC \leq D_2$

$$\text{NOM} = \text{NOM}_1$$

$$nj_2 = 0$$

d'où

$$\text{CCF} = \text{NOM}_1 \times \frac{T}{100} \times \frac{nj_1}{365}$$

$$\text{avec } cc_{j+n}^j = \frac{\text{CCF} \times 100}{\text{NOM}_1}$$

$$\text{soit } cc_{j+n}^j = T \times \frac{nj_1}{365} \quad (7)$$

en % avec un arrondi commercial à la troisième décimale.

2) à partir du deuxième versement dès que  $DC > D_2$

$$\text{NOM} = \text{NOM}_1 + \text{NOM}_2$$

$$nj_2 > 0$$

On applique la formule (5) que l'on reporte dans :

$$cc_{j+n}^j = 100 \times CCF / (NOM_1 + NOM_2)$$

d'où

$$cc_{j+n}^j = T \times \frac{NOM_1 \times nj_1 + NOM_2 \times nj_2}{(NOM_1 + NOM_2) 365} \quad (8)$$

en remplaçant  $nj_1$  par sa valeur tirée de la réunion (2) et  $NOM_1$  par  $NOM \times f$  on obtient après simplification :

$$cc_{j+n}^j = T \times \frac{n \times f + nj_2}{365} \quad (9)$$

en %, avec un arrondi commercial à la troisième décimale.

#### 4.4. Emprunts à taux variable

*Principe :*

Le plus simple est de procéder comme suit :

a) pour le coupon plein

On s'en tient à une seule période de référence, identique à celle des coupons ordinaires, pour déterminer le taux annuel du coupon à l'aide de la formule (4) comme pour un emprunt à taux fixe.

b) pour le coupon estimé

On fera de même en appliquant les règles de calcul du taux de base borné margé.

c) pour le coupon couru

On déterminera le taux de base borné margé du coupon couru, pour ensuite appliquer les formules (7) et (9) suivant la place relative de la date de calcul par rapport à celle du versement libératoire. De toute façon, il sera nécessaire de rédiger le BALO et la notice avec le plus grand soin et de donner le maximum de précisions pour ne laisser subsister aucune ambiguïté.

#### 4.5. Exemple : INTERBAIL 8,60 % mars 1993-2002 (code 19451)

Caractéristiques et données

|                                |                               |                               |
|--------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| Nominal                        | : 5000                        | NOM = 5000                    |
| Taux nominal                   | : 8,60 %                      | T = 8,60                      |
| Date de jouissance             | : 15 mars 1993                |                               |
| 1 <sup>er</sup> versement      | : 2517 F le 15 mars 1993      | NOM <sub>1</sub> = 2500       |
| 2 <sup>ème</sup> versement     | : 2517 F le 15 septembre 1993 | NOM <sub>2</sub> = 2500       |
| date du 1 <sup>er</sup> coupon | : 15 mars 1994                | C <sub>1</sub> = 15 mars 1994 |
| Coefficient de fractionnement  |                               | f = 0,5                       |

Nombre de jours entre les deux dates de jouissance  $n = 184$   
 Nombre de jours entre la première date de jouissance et le premier coupon  $np_1 = 365$   
 Nombre de jours entre le deuxième versement et le premier coupon  $np_2 = 181$

a) Calcul du premier coupon

En appliquant la formule (4) on obtient :

$$CF = \frac{8,60}{100} \times 5000 \times \frac{0,5 \times 184 + 181}{365}$$

$$CF = 321,616438...$$

Arrondi à 321,62 F

b) Calcul de coupons courus

- Coupon couru au 6 juin 1993

La date de calcul du coupon couru étant comprise entre les deux dates de versement on utilise la relation (7), soit :

$$cc_{06/06/93}^{03/06/93} = 8,60 \times \frac{83}{365} \text{ avec } nj_1 = 83$$

d'où

$$cc_{06/06/93}^{03/06/93} = 1,956 \% \text{ après arrondi commercial à la troisième décimale.}$$

- Coupon couru au 31 décembre 1993

La date de calcul du coupon couru se situant après les deux versements on utilise la relation (9), soit :

$$cc_{31/12/93}^{03/06/93} = 8,60 \times \frac{(0,5 \times 184) + 107}{365} \text{ avec } nj_2 = 107$$

d'où

$$cc_{31/12/93}^{03/06/93} = 4,689 \% \text{ après arrondi commercial à la troisième décimale.}$$

## **CHAPITRE 7**

### **TAUX ACTUARIEL**

## **1. DEFINITION DU TAUX ACTUARIEL**

Sur le marché obligataire français, le taux actuariel d'un emprunt est le taux annuel qui, à une date donnée, égalise à ce taux et à intérêt composés, les valeurs actuelles des montants à verser et des montants à recevoir. La date donnée est dite date de calcul.

Le taux actuariel porteur, sans frais, prend en compte :

les montants à verser suivants, réputés payés à leur (s) date (s) de règlement :

- prix d'émission (libéré en une ou plusieurs fois) ou prix d'acquisition,
- coupon couru,

et les montants à recevoir suivants, réputés payés à leur date d'échéance :

- remboursements,
- revenus (coupons, primes...).

Afin de prendre en compte le régime fiscal de la retenue à la source sur les intérêts et la prime de remboursement (celui-ci ayant été modifié plusieurs fois avant sa suppression à compter du 1<sup>er</sup> janvier 1987), trois taux actuariels, net, brut, et super brut ont été définis.

## **2. DEFINITION DES TAUX ACTUARIELS NET, BRUT ET SUPER BRUT**

Les taux actuariels porteurs sont les suivants :

- Taux net :

Les montants à recevoir pris en compte pour le calcul du taux actuariel net sont ceux qui seront effectivement encaissés par le porteur aux dates d'échéance.

- Taux brut :

Les montants à recevoir pris en compte pour le calcul du taux actuariel brut sont ceux qui seront effectivement encaissés par le porteur aux dates d'échéance, majorés des retenues à la source à sa charge.

- Taux super brut :

Les montants à recevoir pris en compte pour le calcul du taux actuariel super brut sont ceux qui seront effectivement encaissés par le porteur aux dates d'échéance majorés des retenues à la source à sa charge et des retenues à la source à la charge de l'émetteur.

- Pour les emprunts émis à compter du 1<sup>er</sup> janvier 1987 et en fonction du régime fiscal en application à la date de rédaction du présent document, les taux net, brut et super brut sont identiques.

## **3. METHODE DE CALCUL DES TAUX ACTUARIELS**

Le Comité de Normalisation Obligataire a constaté l'existence de plusieurs méthodes de calcul des taux actuariels des obligations qui se différencient essentiellement par la comptabilisation de la durée entre la date de calcul et chaque flux et/ou entre chaque flux.

Par souci de cohérence et de normalisation, il est apparu indispensable d'effectuer un choix. A la suite d'une étude approfondie et de concertation, il a été décidé d'adopter la méthode dite " classique universelle ".

Cette méthode consiste à actualiser chaque flux de l'obligation en déterminant le nombre d'années qui sépare la date du flux de la date de calcul et, pour ce qui concerne la période brisée, à rapporter le nombre de jours exacts sur 365 ou 366 jours, selon le nombre de jours qui sépare deux dates anniversaires encadrant la date de calcul. En répétant cette méthode pour chaque flux, la valeur actuelle calculée de l'obligation concernée devient la somme des valeurs actuelles de chaque flux.

Formulation :

Pour une obligation détachant n flux  $F_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) et ayant une valeur actuelle à la date de calcul notée  $VA_{\text{date de calcul}}$ , le taux actuariel  $t$  résulte de l'égalité suivante :

$$VA_{\text{Date de calcul}} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{F_i}{(1+t)^{a_i + \frac{nbc_i}{w_i}}} \quad (1)$$

Notations :

- VA = Prix coupon couru inclus.
- $F_i$  =  $i$  ème flux de l'obligation.
- $a_i$  = Nombre d'années entières séparant la date de calcul de celle du flux  $F_i$ .
- $D_i$  = Date obtenue en ôtant  $a_i$  années de la date du flux  $F_i$ .
- $nbc_i$  = Nombre de jours exact séparant la date de calcul de  $D_i$ .
- $w_i$  = Nombre de jours exact entre  $D_i$  et  $D_i$  moins 1 an,  
= 365 ou 366.
- $n$  = Nombre de flux restant à échoir à la date de calcul.
- Date de calcul = Sauf indication contraire, date de règlement théorique de la transaction.

## 4. EXEMPLE DE CALCUL

Le calcul est fait à la date de calcul du 12 janvier 1996 pour un emprunt P3R, sur le marché secondaire :

### 4.1. Caractéristiques de l'emprunt

CFF P3R Janvier 1989-2000 (code 11367)



|                             |                                                                             |
|-----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Nominal                     | : 20 000 F.                                                                 |
| Prix d'émission             | : 20 232 F (soit 101,16 %).                                                 |
| Date de jouissance          | : 5 février 1989.                                                           |
| Date des coupons            | : Aux échéances trimestrielles du contrat à terme "Pibor 3 mois".           |
| Référence                   | : Pibor 3 mois déterminé deux jours avant le début de la période de coupon. |
| Amortissement               | : En totalité, au pair, le 15 mars 2000.                                    |
| Marge faciale               | : -0,25 %.                                                                  |
| Date de négociation         | : 12 janvier 1996.                                                          |
| Date de règlement théorique | : 17 janvier 1996.                                                          |

## **4.2. Valeurs en francs des flux**

- Calcul de VA :

Considérant un cours de 99,75 % et un coupon couru de 0,387 %, le prix décaissé le 17 janvier 1996 est de 20027,40 F

- Premier coupon du 20.03.96 :

Prédéterminé à la date de calcul, sur la base du Pibor 3 mois du 18 décembre 95 (5,22656 %)

$$20\,000 \times \frac{5,22656 - 0,25}{100} \times \frac{91}{360} = 251,60 \text{ FRF}$$

- Coupons, courant sur 91 jours, estimés à la date du calcul sur la base du PIBOR 3 mois du vendredi 12 janvier 96 (4,78906), soit :

$$20\,000 \times \frac{4,78906 - 0,25}{100} \times \frac{91}{360} = 229,48 \text{ FRF}$$

**Tableau de données**

| Dates<br>des<br>Flux | i  | D <sub>i</sub> | a <sub>i</sub> | nbc <sub>i</sub> | w <sub>i</sub> | $a_i + \frac{nbc_i}{w_i}$ | F <sub>i</sub> |
|----------------------|----|----------------|----------------|------------------|----------------|---------------------------|----------------|
| 17.01.96             | 0  |                | 0              | 0                | 0              | 0                         | 20027,40       |
| 20.03.96             | 1  | 20.03.96       | 0              | 63               | 366            | 0,17213115                | 251,60         |
| 19.06.96             | 2  | 19.06.96       | 0              | 154              | 366            | 0,42076503                | 229,48         |
| 18.09.96             | 3  | 18.09.96       | 0              | 245              | 366            | 0,66939891                | 229,48         |
| 18.12.96             | 4  | 18.12.96       | 0              | 336              | 366            | 0,91803279                | 229,48         |
| 19.03.97             | 5  | 19.03.96       | 1              | 62               | 366            | 1,16939891                | 229,48         |
| 18.06.97             | 6  | 18.06.96       | 1              | 153              | 366            | 1,41803279                | 229,48         |
| 17.09.97             | 7  | 17.09.96       | 1              | 244              | 366            | 1,66666667                | 229,48         |
| 17.12.97             | 8  | 17.12.96       | 1              | 335              | 366            | 1,91530055                | 229,48         |
| 18.03.98             | 9  | 18.03.96       | 2              | 61               | 366            | 2,16666667                | 229,48         |
| 17.06.98             | 10 | 17.06.96       | 2              | 152              | 366            | 2,41530055                | 229,48         |
| 16.09.98             | 11 | 16.09.96       | 2              | 243              | 366            | 2,66393443                | 229,48         |
| 16.12.98             | 12 | 16.12.96       | 2              | 334              | 366            | 2,91256831                | 229,48         |
| 17.03.99             | 13 | 17.03.96       | 3              | 60               | 366            | 3,16393443                | 229,48         |
| 16.06.99             | 14 | 16.06.96       | 3              | 151              | 366            | 3,41256831                | 229,48         |
| 15.09.99             | 15 | 15.09.96       | 3              | 242              | 366            | 3,66120219                | 229,48         |
| 15.12.99             | 16 | 15.12.96       | 3              | 333              | 366            | 3,90983607                | 229,48         |
| 15.03.00             | 17 | 15.03.96       | 4              | 58               | 366            | 4,15846995                | 20229,48       |

### 4.3. Taux de rendement actuariel net

Le 17 janvier 1996, en appliquant la relation (1), avec les valeurs récapitulées dans le tableau des données, on trouve un taux de rendement actuariel net estimé :

$$T_e = 4,775... \%$$

## 5. LES DIFFERENTS CAS DE RETENUE A LA SOURCE

En fonction de la nature des flux d'une part et de la date de l'émission de l'emprunt - 1ère jouissance - d'autre part, le taux de la retenue à la source varie.

Les flux peuvent être soit des intérêts, soit des remboursements. Dans ce dernier cas la retenue à la source sera calculée sur la prime de remboursement telle que définie pour les emprunts émis avant le 1/1/1992, c'est à dire la différence entre le prix de remboursement et d'émission de l'emprunt (article 119 3° du Code Général des Impôts), exprimée en % du nominal.

Le tableau ci-dessous répertorie les taux de la retenue à la source sur les intérêts et les primes de remboursement des emprunts obligataires émis sur le marché français (1).

| DATE DE | TAUX DE | TAUX DE RETENUE |
|---------|---------|-----------------|
|---------|---------|-----------------|

| JOUISSANCE                             | RETENUE SUR<br>LES INTERETS | SUR LA PRIME DE REMBOURSEMENT |                         |              |
|----------------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|-------------------------|--------------|
|                                        |                             | prime $\leq$ 5 %              | 5 % < prime $\leq$ 10 % | prime > 10 % |
| Avant le<br>01/01/65                   | 12 %                        | 12 %                          |                         |              |
| Entre le<br>01/01/65 et<br>le 31/05/85 | 10 % (1)                    | 12 %                          |                         |              |
| Entre le<br>01/06/85 et<br>le 31/12/85 | 10 % (1)                    | 12 %                          |                         | 12 % (2)     |
| Entre le<br>01/01/86 et<br>le 31/12/86 | 10 %                        | 10 %                          |                         | 10 % (2)     |
| Depuis le<br>01/01/87                  | 0                           | 0                             |                         | 0 (2)        |

(1) Sauf emprunts d'Etat (article 132 bis du Code Général des Impôts) et emprunts émis en France par les organisations internationales (article 131 ter A du Code Général des Impôts) ; les intérêts, arrérages et tous autres produits de ces emprunts sont exonérés de retenues à la source.

(2) Répartition par annuité (art. 238 septies B du Code Général des Impôts).

## 6. APPLICATION DES DEFINITION DES TAUX ACTUARIELS EN FONCTION DES DATES D'EMISSION DES EMPRUNTS

A titre d'exemples, une série d'emprunts est analysée dans la fin de ce chapitre. Les notations suivantes ont été utilisées pour le flux :

I : Intérêts des obligations ; E : Prix d'émission ; R : Prix de remboursement

### 6.1. Emprunts émis avant le 1er janvier 1965

Montant à recevoir à prendre en considération pour le calcul des différents taux actuariels.

| MONTANTS<br>A<br>RECEVOIR | TAUX ACTUARIELS |        |                |
|---------------------------|-----------------|--------|----------------|
|                           | NET             | BRUT   | SUPER BRUT     |
| Intérêts                  | I               | 1,12 I | 1,12 I         |
| Remboursement             | R               | R      | R + 0,12 (R-E) |

#### Exemple : SNCF 5 % 1961 (code 171 345)

- Nominal : 200 F
- Prix d'émission : 99,50 % soit 199 F (E)
- Date de jouissance : 15 décembre 1961

- Taux nominal : 5 %
- Intérêt annuel : 10 F payable le 15 septembre de chaque année. Par exception, le premier coupon payable le 15 septembre 1962 sera égal à 7,50 F.
- Amortissement normal : à 235 F de 1967 à 1981  
à 275 F de 1982 à 1991
- Durée : 29 ans et 9 mois

*Montant à verser* : le prix d'acquisition sans frais, 131,50 % du nominal soit 263 F.

*Date de règlement* : le 15 septembre 1990 (après détachement du coupon et remboursement).

*Montant à recevoir en francs* : I = 10 ; R = 275

**Tableau des flux**

| Dates    | Net   | Brut             | Super brut                      |
|----------|-------|------------------|---------------------------------|
| 15/09/90 | - 263 | - 263            | - 263                           |
| 15/09/91 | 10    | $1,12 \times 10$ | $1,12 \times 10$                |
| 15/09/91 | 275   | 275              | $275 + 0,12 \times (275 - 199)$ |

| Taux actuariels | Net    | Brut   | Super brut |
|-----------------|--------|--------|------------|
|                 | 8,75 % | 8,82 % | 12,29 %    |

Cas particulier : CNE et CDF 3 %...

## 6.2. Emprunts émis entre le 1er janvier 1965 et le 1er janvier 1986

Montants à recevoir à prendre en considération pour le calcul des différents taux actuariels.

| MONTANTS<br>A<br>RECEVOIR | TAUX ACTUARIELS |      |                           |
|---------------------------|-----------------|------|---------------------------|
|                           | NET             | BRUT | SUPER BRUT                |
| Intérêts                  | $0,90 \times I$ | I    | I                         |
| Remboursement             | R               | R    | $R + 0,12 \times (R - E)$ |

### Exemple : CAISSE CENTRALE DE CREDIT COOPERATIF 11 % 1985 (code 16 123)

- Nominal : 5 000 F
- Prix d'émission : 96,24 % soit 4 812 F (E)
- Date de jouissance et de règlement : 30 septembre 1985
- Taux nominal : 11 %
- Intérêt annuel : 550 F payable le 30 septembre de chaque année
- Amortissement normal : au pair en deux tranches égales, le 30 septembre 1990 et le 30 septembre 1995
- Durée : 10 ans

*Montant à verser* : le prix d'acquisition sans frais, 101,20 % du nominal soit 5 060 F.

*Date de règlement* : Le 30 septembre 1990, après détachement du coupon et remboursement de la première tranche.

*Montants à recevoir en francs* : I = 550 ; R = 5 000

**Tableaux des flux**

| Dates | Net | Brut | Super Brut |
|-------|-----|------|------------|
|-------|-----|------|------------|

|          |                  |        |                                    |
|----------|------------------|--------|------------------------------------|
| 30/09/90 | - 5060           | - 5060 | - 5060                             |
| 30/09/91 | $0,9 \times 550$ | 550    | 550                                |
| ...      | ...              | ...    | ...                                |
| ...      | ...              | ...    | ...                                |
| 30/09/95 | $0,9 \times 550$ | 550    | 550                                |
| 30/09/95 | 5000             | 5000   | $5000 + 0,12 \times (5000 - 4812)$ |

| Taux<br>actuariels | Net    | Brut    | Super Brut |
|--------------------|--------|---------|------------|
|                    | 9,59 % | 10,68 % | 10,75 %    |

### 6.3. Emprunts émis entre le 1<sup>er</sup> janvier 1986 et le 1<sup>er</sup> janvier 1987

1) Prime de remboursement  $\leq 5 \%$

Montants à recevoir à prendre en considération pour le calcul des différents taux actuariels.

| MONTANTS<br>A<br>RECEVOIR | TAUX ACTUARIELS |      |                  |
|---------------------------|-----------------|------|------------------|
|                           | NET             | BRUT | SUPER BRUT       |
| Intérêts                  | $0,9 \times I$  | I    | I                |
| Remboursement             | R               | R    | $R + 0,10 (R-E)$ |

#### Exemple : SAPAR 7 % (code 10 169)

- Nominal : 5 000 F
- Prix d'émission : 96 % soit 4 800 F (E)
- Date de jouissance et de règlement : 22 septembre 1986
- Taux nominal : 7 %
- Intérêt annuel : 350 F payable le 22 septembre de chaque année
- Amortissement normal : au pair en totalité le 22 septembre 1996
- Durée : 10 ans

Montant à verser : le prix d'émission, soit 4 800 F.

Date de règlement : le 22 septembre 1986.

Montants à recevoir en francs :  $I = 350$  ;  $R = 5\,000$

**Tableaux des flux**

| Dates    | Net              | Brut   | Super Brut                  |
|----------|------------------|--------|-----------------------------|
| 22/09/86 | - 4800           | - 4800 | - 4800                      |
| 22/09/87 | $0,9 \times 350$ | 350    | 350                         |
| ...      | ...              | ...    | ...                         |
| ...      | ...              | ...    | ...                         |
| 22/09/96 | $0,9 \times 350$ | 350    | 350                         |
| 22/09/96 | 5000             | 5000   | $5000 + 0,10 (5000 - 4800)$ |

| Taux<br>actuariels | Net    | Brut   | Super Brut |
|--------------------|--------|--------|------------|
|                    | 6,87 % | 7,59 % | 7,61 %     |

2)  $5 \% < \text{Prime de remboursement} \leq 10 \%$

Montants à recevoir à prendre en considération pour le calcul des différents taux actuariels.

| MONTANTS<br>A<br>RECEVOIR | TAUX ACTUARIELS |      |                    |
|---------------------------|-----------------|------|--------------------|
|                           | NET             | BRUT | SUPER BRUT         |
| Intérêts                  | $0,9 \times I$  | I    | I                  |
| Remboursement             | R               | R    | $R + 0,10 (R - E)$ |

**Exemple : C.R.H. 7 % 1986 (code 10 100)**

- Nominal : 5 000 F
- Prix d'émission : 92 % soit 4 600 F (E)
- Date de jouissance : 30 juin 1986
- Date de règlement : 30 mai 1986
- Taux nominal : 7 %
- Intérêt annuel : 350 F payable le 30 juin de chaque année. Par exception, le premier coupon payable le 30/06/1987 sera égal à 260 F
- Amortissement normal : au pair en totalité le 30 juin 1998
- Durée : 12 ans

*Montant à verser* : le prix d'émission, soit 4 600 F.

*Date de règlement* : le 30 mai 1986

*Montants à recevoir en francs* : I = 260 (1<sup>er</sup> coupon) puis I = 350 ; R = 5 000

**Tableaux des flux**

| Dates    | Net              | Brut   | Super Brut                  |
|----------|------------------|--------|-----------------------------|
| 30/05/86 | - 4600           | - 4600 | - 4600                      |
| 30/06/87 | $0,9 \times 260$ | 260    | 260                         |
| 30/06/88 | $0,9 \times 350$ | 350    | 350                         |
| ...      | ...              | ...    | ...                         |
| ...      | ...              | ...    | ...                         |
| 30/06/98 | $0,9 \times 350$ | 350    | 350                         |
| 30/06/98 | 5000             | 5000   | $5000 + 0,10 (5000 - 4600)$ |

| Taux<br>actuariels | Net    | Brut   | Super Brut |
|--------------------|--------|--------|------------|
|                    | 7,05 % | 7,75 % | 7,80 %     |

**3) Prime de remboursement > 10 %**

Montants à recevoir à prendre en considération pour le calcul des différents taux actuariels.

| MONTANTS<br>A<br>RECEVOIR | TAUX ACTUARIELS |                   |                   |
|---------------------------|-----------------|-------------------|-------------------|
|                           | NET             | BRUT              | SUPER BRUT        |
| Intérêts                  | 0               | $0,1 \times AF_i$ | $0,1 \times AF_i$ |
| Remboursement             | $R - 0,1 (R-E)$ | $R - 0,1 (R-E)$   | $R - 0,1 (R-E)$   |

$AF_i$  est l'annuité de la ième année telle que définie par l'article 238 septies B1 du Code Général des Impôts.

Soit n le nombre d'échéances de l'emprunt, pour  $i \in [1, n-1]$ ,  $AF_i$  est déterminée en appliquant au nominal du titre le taux d'intérêt actuariel brut de l'emprunt.

$AF_n$ , l'annuité de la dernière année, est égale à  $R - E - \sum_{i=1}^{n-1} AF_i$

## 6.4. Emprunts émis entre le 1er janvier 1987 et le 1er janvier 1992

Montants à recevoir à prendre en considération pour le calcul des différents taux actuariels.

| MONTANTS<br>A<br>RECEVOIR | TAUX ACTUARIELS |      |            |
|---------------------------|-----------------|------|------------|
|                           | NET             | BRUT | SUPER BRUT |
| Intérêts                  | I               | I    | I          |
| Remboursement             | R               | R    | R          |

### Exemple 1 : GAZ DE FRANCE 9,10 % 1991 (code 11 918)

- Nominal : 5 000 F
- Prix d'émission : 99,28 % soit 4 964 F (E)
- Date de jouissance et de règlement : 8 avril 1991
- Taux nominal : 9,10 %
- Intérêt annuel : 455 F payable le 8 avril de chaque année
- Amortissement normal : au pair en totalité le 8 avril 1999
- Durée : 8 ans

*Montant à verser* : le prix d'émission, soit 4 964 F

*Date de règlement* : le 8 avril 1991.

*Montant à recevoir en francs* : I = 455 ; R = 5 000

**Tableau des flux**

| Dates    | Net    | Brut   | Super brut |
|----------|--------|--------|------------|
| 08/04/91 | - 4964 | - 4964 | - 4964     |
| 08/04/92 | 455    | 455    | 455        |
| ...      | ...    | ...    | ...        |
| ...      | ...    | ...    | ...        |
| 08/04/99 | 455    | 455    | 455        |
| 08/04/99 | 5000   | 5000   | 5000       |

| Taux<br>actuariels | Net    | Brut   | Super brut |
|--------------------|--------|--------|------------|
|                    | 9,23 % | 9,23 % | 9,23 %     |

### Exemple 2 : CAISSE AUTONOME DE REFINANCEMENT zéro coupon 1991 (code 11 910)

- Nominal : 5 000 F
- Prix d'émission : 100 % soit 5000 F (E)
- Date de jouissance et de règlement : 8 avril 1991
- Taux nominal : 9,10 %
- Intérêt annuel : aucun intérêt ne sera versé annuellement
- Amortissement normal : en totalité au prix de 10 431,85 F, le 5 septembre 1999
- Durée : 8 ans et 150 jours

*Montant à verser* : le prix d'émission, soit 5 000 F.

*Date de règlement* : le 8 avril 1991.

*Montant à recevoir en francs* : R = 10 431,85.

**Tableau des flux**

| Dates    | Net      | Brut     | Super brut |
|----------|----------|----------|------------|
| 08/04/91 | - 5000   | - 5000   | - 5000     |
| 05/09/99 | 10431,85 | 10431,85 | 10431,85   |

| Taux<br>actuariels | Net    | Brut   | Super brut |
|--------------------|--------|--------|------------|
|                    | 9,14 % | 9,14 % | 9,14 %     |

*Répartition par annuité de la prime de remboursement* (application de l'article 238 septies B)

Le montant de la prime de remboursement a pour valeur 5 431,85 F (10 431,85 F - 5 000 F).

Elle excède 10 % du nominal de l'obligation, elle est donc imposable selon une répartition par annuité conformément à l'article 238 septies B du Code Général des Impôts.

Chacune de ces annuités d'intérêts est imposable au nom du détenteur du titre à la date anniversaire de l'entrée en jouissance.

Chaque annuité d'intérêt imposable est calculée en appliquant au montant nominal de l'emprunt son taux d'intérêt actuariel brut déterminé à sa date de jouissance. Toutefois, la dernière annuité d'intérêt imposable est égale au montant de la fraction non encore imposée de la prime de remboursement.

*En conséquence :*

• *Pour les années 1992 à 1998 incluse :*

Les détenteurs des titres le 8 avril de chacune des années seront imposés sur une annuité de :

$$5\,000 \times \frac{9,14}{100} = 457 \text{ F par titre}$$

• *Pour l'année 1999 :*

Les détenteurs des titres le 8 avril 1999 seront imposés sur une annuité de :

$$5\,000 \times \frac{9,14}{100} = 457 \text{ F par titre}$$

Les détenteurs des titres le 5 septembre 1999 seront imposés sur une annuité de :

$$10\,431,85 - 5\,000 - (457 \times 8) = 1\,775,85 \text{ F par titre}$$

Ainsi, au titre de l'année 1999, les détenteurs des titres le 8 avril 1999 et le 5 septembre 1999 seront imposés sur un montant de

$$457 + 1\,775,85 = 2\,232,85 \text{ F par titre}$$



## 6.5. Emprunts émis depuis le 1er janvier 1992

### Exemple : AEROSPATIALE zéro coupon 1992 (code 19329)

- Nominal : 5 000 F
- Prix d'émission : 100 % soit 5000 F (E)
- Date de jouissance et de règlement : 3 février 1992
- Intérêt annuel : aucun intérêt ne sera versé annuellement
- Amortissement normal : en totalité au prix de 11 866 F, le 28 mars 2002
- Durée : 10 ans et 54 jours

*Montant à verser* : le prix d'émission, soit 5 000 F.

*Date de règlement* : le 3 février 1992.

*Montant à recevoir en francs* : R = 11 866 F.

**Tableau des flux**

| Dates      | Net    | Brut   | Super brut |
|------------|--------|--------|------------|
| 03/02/1992 | - 5000 | - 5000 | - 5000     |
| 28/03/2002 | 11866  | 11866  | 11866      |

| Taux actuariels | Net    | Brut   | Super brut |
|-----------------|--------|--------|------------|
|                 | 8,89 % | 8,89 % | 8,89 %     |

*Répartition par annuité de la prime de remboursement* (application de l'article 238 septies B IV)

Le montant de la prime de remboursement a pour valeur 6 712 F (11 712 F - 5 000 F).

Elle excède 10 % du prix d'acquisition de l'obligation, elle est donc imposable selon une répartition par annuité conformément à l'article 238 septies B IV du Code Général des Impôts.

Chaque annuité est imposable annuellement et, à cet effet, est réputée avoir été perçue à la date qui, dans l'année d'imposition, correspond à celle qui est prévue pour le remboursement.

L'annuité est calculée en appliquant au prix d'acquisition le taux d'intérêt actuariel déterminé à la date d'acquisition. Toutefois, lors du remboursement de l'emprunt, la dernière annuité d'intérêt imposable est égale au montant de la fraction non encore imposée de la prime de remboursement. En outre, la première annuité imposable après l'acquisition est calculée prorata temporis depuis la date d'acquisition jusqu'à la première date d'imposition.

En conséquence, pour les porteurs qui auraient souscrit les titres à l'émission, les annuités imposables, chacune des années 1992 à 2002, seraient définies comme suit :

- Pour l'année 1992 :

Les détenteurs des titres le 28 mars 1992 seront imposés sur une annuité de :

$$5\,000 \times \left( \frac{8,89}{100} \times 54/366 \right) = 65,58 \text{ F par titre}$$

- Pour les années 1993 à 2001 incluse :

Les détenteurs des titres le 28 mars de chaque année seront imposés sur une annuité de :

$$5\,000 \times \frac{8,89}{100} = 444,5 \text{ F par titre}$$

- Pour l'année 2002 :

Les détenteurs des titres le 28 mars 2002 seront imposés sur une charge d'intérêt de :

$$11\,866 - 5\,000 - (444,5 \times 9) - 65,58 = 2\,799,92 \text{ F par titre}$$

Remarque :

Ces annuités ne correspondent qu'à celles d'un porteur qui souscrirait les titres à l'émission. Toute acquisition ultérieure de titres de cette même émission sur le marché ou souscription de titres assimilables induit un nouveau calcul du taux de rendement actuariel et le calcul de nouvelles annuités.

## CHAPITRE 8

### MARGES ACTUARIELLES DES EMPRUNTS A TAUX VARIABLE

## 1. PRINCIPES GENERAUX

A la notion de taux de rendement utilisée pour mesurer la rentabilité d'une obligation à taux fixe, est préférée la notion de marge actuarielle (MA) pour les emprunts à taux variable (pré ou post déterminé).

Il faut distinguer plusieurs catégories d'obligations à taux variable selon leur taux de référence, taux qui permet le calcul de leur rémunération. Dans une même catégorie, la marge actuarielle permet d'apprécier les titres par rapport à leur marché de référence.

### 1.1. Définitions

#### - Marge faciale

La rémunération de certains emprunts obligataires à taux variable peut ne pas être strictement égale à la valeur de l'indice de référence, mais être modifiée par une marge faciale qui est, soit additionnelle ( $TME + 0,30\%$ ), soit multiplicative ( $0,90 \times TMO$ ), soit une combinaison des deux ( $1,5 \times [TAM - 0,80\%]$ ).

#### - Marge actuarielle

La marge actuarielle annuelle d'un emprunt à taux variable mesure l'écart entre son taux de rendement actuariel annuel estimé et l'équivalent actuariel annuel de son indice de référence. Le taux de rendement estimé est obtenu en cristallisant le dernier indice de référence pour l'évaluation des coupons futurs, et ce, jusqu'à la dernière échéance.

Cette méthode générale qui s'applique à la fois aux emprunts prédéterminés et postdéterminés permet de comparer entre eux des emprunts de catégorie différente à partir de mêmes données.

### 1.2. Commentaires

Par construction, le niveau de marge actuarielle d'un emprunt à taux variable est relativement peu sensible à l'évolution des taux. Toutefois, les coefficients additionnels ou multiplicatifs de la marge faciale peuvent influencer sur cette stabilité.

Parallèlement aux emprunts à taux fixe dont le cours est sensible à l'évolution des taux, le cours des emprunts à taux variable est sensible à l'évolution de leur marge actuarielle.

## 2. METHODE DE CALCUL

### 2.1. Notations utilisées

TXE : taux actuariel annuel estimé

TCR : taux de cristallisation

TCRA : équivalent actuariel du taux de cristallisation

MA : marge actuarielle

## 2.2. Calcul de la marge actuarielle

$$MA = TXE - TCRA$$

MA est exprimée en % et arrondie commercialement à la deuxième décimale.

## 2.3. Détermination de TCR ET DE TCRA

| Type d'emprunt           | Taux de cristallisation TCR %                                                                                                                                                                                                         | Taux de référence TCRA %                                                                                  |
|--------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| TMM, TAM                 | TMP, taux moyen pondéré quotidien                                                                                                                                                                                                     | $\left[ \left( 1 + \frac{TCR \times 365}{100 \times 360 \times 12} \right)^{12} - 1 \right] \times 100$   |
| PIC                      | PIBOR 1 mois quotidien                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                           |
| P3R, P3M                 | PIBOR 3 mois quotidien                                                                                                                                                                                                                | $\left[ \left( 1 + \frac{TCR \times 365}{100 \times 360 \times 4} \right)^4 - 1 \right] \times 100$       |
| TMB                      | THB, taux hebdomadaire des bons du trésor à 13 semaines lors des adjudications                                                                                                                                                        | TCR                                                                                                       |
| TRB                      | Taux postcompté moyen constaté, lors des adjudications hebdomadaires des bons du trésor à 13 semaines                                                                                                                                 | $\left[ \left( 1 + \frac{91}{360} \times \frac{TCR}{100} \right)^{\frac{365}{91}} - 1 \right] \times 100$ |
| THE, TME, TRE, CNB, CNI, | THE, taux hebdomadaire des emprunts d'Etat à long terme sur le marché secondaire                                                                                                                                                      | TCR                                                                                                       |
| TMO, TRA, TRO            | THO, taux hebdomadaire des emprunts du secteur public sur le marché primaire                                                                                                                                                          | TCR                                                                                                       |
| CNO-TEC 10 ®             | CNO-TEC 10 ®, taux quotidien de l'échéance constante à 10 ans obtenu par interpolation linéaire entre les taux de rendements actuariels annuels des 2 valeurs du Trésor qui encadrent au plus proche la maturité 10 années théorique. | TCR                                                                                                       |

(Voir les définitions précises des taux au chapitre 2)

## 2.4. Détermination de TXE

Calculer TXE, c'est figer à un instant donné les flux futurs de l'emprunt étudié (généralement à la valeur de cristallisation aux marges faciales près), c'est donc transformer l'emprunt à taux variable en emprunt à taux fixe.

La méthode retenue pour le calcul des coupons futurs consiste à tenir compte de toute l'information passée à la date de calcul, si elle est utile à la détermination des prochains coupons, puis de retenir le taux de cristallisation (TCR ou TCRA).

Sur le marché secondaire, le Comité de Normalisation Obligataire préconise de retenir comme information passée des taux connus mais non nécessairement validés selon les modalités suivantes :

- THO ET THE :  
 Rappel de la date de calcul : vendredi.  
 Prise en compte préconisée pour le calcul des marges : lundi suivant à la première heure.  
 Modification éventuelle des taux :  
 THE : aucune  
 THO : le mardi et/ou le mercredi à la première heure.
- CNO-TEC 10 ® DU JOUR J :  
 Rappel des date et heure de publication : j, 12 h 00.  
 Prise en compte préconisée pour le calcul des marges : j +1 ouvré.  
 Modification éventuelle des taux : aucune.
- THB :  
 Rappel de la date de calcul : lundi.  
 Prise en compte préconisée pour le calcul des marges : mardi à la première heure.  
 Modification éventuelle des taux : aucune.
- TMP DU JOUR J-1 ouvré :  
 Rappel des date et heure de publication : j, 9 h 30.  
 Prise en compte préconisée pour le calcul des marges : j, au plus tard à 14 h 00.  
 Modification éventuelle des taux : aucune.
- PIBOR DU JOUR J :  
 Rappel des date et heure de publication : j, 11 h 30.  
 Prise en compte préconisée pour le calcul des marges : j, au plus tard à 14 h 00.  
 Modification éventuelle des taux : aucune.

Sur le marché primaire, l'information passée correspond aux seuls taux dont les dates de validité sont antérieures à la date de calcul. Toutefois, dans certains cas, il peut être admis, pour déterminer une marge actuarielle à l'émission, de ne tenir compte que du taux de cristallisation (c'est-à-dire le dernier taux validé). La note d'information devra mentionner tous les éléments du calcul : prise en compte ou non de l'information passée, niveau et date d'effet du taux de cristallisation ainsi que son équivalent actuariel.

### **3. EXEMPLES DE CALCULS DE MARGE**

#### **3.1. Marché primaire : Emprunt P1C**

Dans le cas du marché primaire la période de référence n'est pas commencée, le taux de base estimé qui sert à la détermination du coupon plein est l'équivalent actuariel, noté TCRA, du taux de cristallisation.

##### **a) Caractéristiques**

CIC Union Européenne octobre 1995-2005 (code 19727)

Prix d'émission : 4975 F (soit 99,50 %).  
Date de jouissance et de règlement : 9 octobre 1995.  
Date des coupons : 9 octobre de chaque année.  
Référence : Pibor 1 mois capitalisé.  
Période de référence : Septembre à août précédent chaque échéance.  
Amortissement : En totalité, au pair, le 9 octobre 2005.  
Marge faciale : +0,40 %.

b) Calcul de la marge actuarielle à l'émission au 9 octobre 1995 effectuée le 1<sup>er</sup> octobre 1995  
Pibor 1 mois au 1<sup>er</sup> octobre 1995 : 6,25 %

Le taux de cristallisation TCRA est obtenu en utilisant la formule du tableau figurant précédemment, soit :

-TCRA = 6,5241278... %

Les calculs de coupons futurs sont effectués à l'aide du taux de cristallisation TCRA.

- Tbb = 6.9241278... %

Compte tenu d'un prix d'émission de 99,50 %, le taux de rendement estimé à la date de règlement est :

- TXE = 6,995301... %

soit :

- MA = TXE - TCRA  
= 6,995301... - 6,5241278...  
= 0,471173... %

arrondie à :

- MA = 0,47 %

NB : Si le prix d'émission est de 100 % du nominal, alors la marge actuarielle vaut 0,40 %, soit la marge additive.

### **3.2. Marché secondaire : Emprunt P3R**

a) Caractéristiques

CFF P3R Janvier 1989-2000 (code 11367)

Nominal : 20 000 F.  
Prix d'émission : 20 232 F (soit 101,16 %).  
Date de jouissance : 5 février 1989.  
Date des coupons : Aux échéances trimestrielles du contrat à terme "Pibor 3 mois".  
Référence : Pibor 3 mois déterminé deux jours ouvrés avant le début de la période de coupon.  
Amortissement : En totalité, au pair, le 15 mars 2000.  
Marge faciale : -0,25 %.  
Date de négociation : 12 janvier 1996.  
Date de règlement théorique : 17 janvier 1996.  
Cours nu le 12-01-96 : 99,75 %

Coupon couru du 17-01-96 : 0,387 %

b) Calcul de la marge actuarielle sur le marché secondaire le vendredi 12 janvier 1996

- Sur la base d'un Pibor 3 mois de 4,78906 % le vendredi 12 janvier 1996 (taux du vendredi 12 janvier), l'équivalent actuariel ou TCRA est de : 4,944704 % (d'après le tableau précédent).

- La date de calcul du TXE est égale à la date de règlement de la négociation, soit le mercredi 17 janvier 1996.

- Les flux futurs de l'emprunt sont estimés à la date de calcul sur la base du Pibor 3 mois du vendredi 12 janvier 1996 (cf. chapitre 7.4).

- Compte tenu d'un prix décaissé le 17 janvier 1996 de 20027,40 F, le taux de rendement ressort à :

- TXE = 4,775322... %

soit :

- MA = TXE - TCRA  
= 4,775322 - 4,944704  
= -0,169382

arrondie à :

MA = -0,17 %

Note :

Les calculs de taux actuariel (TXE) sont effectués en utilisant la méthode classique universelle (cf. chapitre 7).

Si le cours est de 100 %, la marge n'est pas nécessairement de 0,25 %.

### **3.3. Marché secondaire : Emprunt TME**

a) Caractéristiques

OAT TME-janvier 2001 (code 11350).

|                          |                                                                     |
|--------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| Nominal                  | : 2000 F                                                            |
| Date des coupons         | : 25 janvier                                                        |
| Référence                | : Moyenne arithmétique des TME observés sur la période de référence |
| Période de référence     | : Du 1er janvier au 31 décembre précédent chaque date de coupon.    |
| Amortissement            | : In fine le 25 janvier 2001 au pair                                |
| Marge faciale            | : -0,75 %                                                           |
| Cours nu le 18-01-96     | : 102,20 %                                                          |
| Coupon couru du 23-01-96 | : 6,803 %                                                           |
| Coupon du 25-01-96       | : 136,80 F                                                          |

b) Calcul de la marge actuarielle sur le marché secondaire le jeudi 18 janvier 1996

- THE du 05-01-96 = 6,69 %

- THE du 12-01-96 = 6,60 % (= TCR = TCRA)

Le TME estimé le 18 janvier 1996 pour le mois de janvier est de :

$$\begin{aligned} - \text{TME}_e &= (6,69 + 6,60 + 6,60 + 6,60)/4 \\ &= 6,62 \% \text{ (après arrondi commercial sur la seconde décimale)} \end{aligned}$$

Le taux du coupon du 25 janvier 1997 est la moyenne du TME estimé et du dernier THE cristallisé :

$$\begin{aligned} - \text{Tbb}_e &= (6,62 + (11 \times 6,60))/12 + (-0,75) \\ &= 5,851666... \% \end{aligned}$$

Il n'y a pas d'arrondi à ce stade.

Le montant du coupon du 25 janvier 1997 est donc de :

$$\begin{aligned} - \text{CF}_{\text{janv } 97} &= 2000 \times 0,0585166 \\ &= 117,04 \text{ FRF} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Taux des coupons suivants} &= 6,60 + (-0,75) \\ &= 5,85 \% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Montant des coupons suivants} &= 2000 \times 0,0585 \\ &= 117,00 \text{ FRF} \end{aligned}$$

La date de calcul du TXE est égale à la date de règlement théorique de la négociation. Compte tenu d'un prix décaissé le 23 janvier 1996 de 2180,06 F, le taux de rendement ressort à :

$$\text{TXE} = 5,338911... \%$$

soit :

$$\begin{aligned} \text{MA} &= \text{TXE} - \text{TCRA} \\ &= 5,338911 - 6,600000 \\ &= -1,261089.... \end{aligned}$$

arrondie à

$$\text{MA} = -1,26 \%$$

Note :

Les calculs de taux actuariel (TXE) sont effectués en utilisant la méthode classique universelle (cf. chapitre 7).



**CHAPITRE 11**

**COMPARAISON DES MARCHES DU FRANC  
DOMESTIQUE ET EURO**

## COMPARTIMENT NATIONAL

### 1. ARRONDIS

#### **1.1. Coupon plein**

Calcul du coupon plein en francs pour un titre, tronqué à la quatrième décimale, puis arrondi par excès à deux décimales.

**Exemple :**      Obligation fictive  
                      Taux facial 8 3/16 %  
                      Coupures de 1 000 F

- a)      Nominal détenu par le porteur X : 1 000 F soit 1 titre  
          Montant d'intérêts reçus :  
           $\frac{8,1875}{100} \times 1\,000 = 81,875$  arrondi par excès à 81,88 F.
  
- b)      Nominal détenu par le porteur Y : 10 MF soit 10 000 titres  
          Montant d'intérêts reçus :  
           $81,88 \times 10\,000 = 818\,800$  F pour 10 000 titres

#### **1.2. Coupon couru pour un titre**

Calcul du coupon couru en pourcentage du nominal, pour un titre, arrondi commercialement à la troisième décimale (pour plus de détails se référer au chapitre 5). Publication à la Cote Officielle de la SBF.

## COMPARTIMENT INTERNATIONAL

### 1. ARRONDIS

#### **1.1. Coupon plein**

Sur l'eurofranc, les coupons des emprunts à taux fixe sont annuels.

Le calcul du coupon plein en francs pour le nominal total détenu par le porteur est arrondi commercialement à deux décimales.

**Exemple :** Obligation fictive  
Taux facial 8 3/16 %  
Coupures de 1 000 F

- a) Nominal détenu par le porteur X : 1 000 F soit 1 titre  
Montant d'intérêts reçus :  
$$\frac{8,1875}{100} \times 1\,000 = 81,875 \text{ arrondi commercialement à } 81,88 \text{ F.}$$
- b) Nominal détenu par le porteur Y : 10 MF soit 10 000 titres  
Montant d'intérêts reçus :  
$$\frac{8,1875}{100} \times 10\,000\,000 = 818\,750 \text{ F pour } 10\,000 \text{ titres}$$
  
soit un coupon de 81,875 F par titre

#### **1.2. Coupon couru pour un titre**

**Méthode ISMA :** Pas de calcul de coupon couru pour un titre, mais uniquement sur un capital (de transaction, à valoriser...).

Toutefois, la bourse de Paris publie à la Cote Officielle de la SBF de la séance du jour J les coupons courus des titres cotés à Paris et calculés à la date J+3 ouvrés, en effectuant un arrondi commercial à la deuxième décimale. Cette pratique du J+3 ouvrés date de 1995.

**Préconisation du CNO :**

**Pour les besoins de valorisation des OPCVM, une publication officielle du coupon couru en pourcentage est effectivement nécessaire. Un arrondi, sans objet pour l'ISMA, devant être effectué pour les besoins purement français, il faut uniformiser les arrondis commerciaux de coupon couru en pourcentage sur les marchés français et euro à trois décimales.**

L'avis SBF 96.655 publié à la Cote Officielle du 21 février 1996 (annexe 16) décrit les nouvelles modalités de calcul qui seront applicables à compter du 2 mai 1996.

### 1.3. Intérêt couru d'un capital

Calcul du coupon couru en francs pour un titre à partir du coupon couru en pourcentage calculé précédemment.  
L'arrondi est commercial à la deuxième décimale (francs et centimes).

L'intérêt sur le capital est obtenu en multipliant l'intérêt couru en francs pour un titre tel que calculé précédemment par le nombre de titres du capital. Un arrondi commercial de l'intérêt en francs est appliqué à la deuxième décimale.

**Exemple :** Obligation fictive  
Taux facial 8 3/16 %  
Coupures de 1 000 F  
Nominal total 10 MF  
Coefficient prorata temporis 0,5

Rappel du coupon plein pour 1 titre : 81,88 F

Coupon couru en pourcentage :

$$\frac{81,88}{1\,000} \times 0,5 = 4,094 \%$$

Coupon couru en francs :

$$\frac{4,094}{100} \times 1\,000 = 40,94 \text{ F}$$

Coupon couru sur le nominal total :

$$40,94 \times \frac{10\,000\,000}{1\,000} = 409\,400 \text{ F}$$

### 1.3. Intérêt couru d'un capital

Calcul de l'intérêt total sur le capital en multipliant le facial du titre par le nominal de la transaction. Un arrondi commercial est effectué à la deuxième décimale sur le montant total de la transaction, soit le prix augmenté des intérêts. En général, l'arrondi pratiqué revient à arrondir à la deuxième décimale le montant des intérêts.

**Exemple :** Obligation fictive  
Taux facial 8 3/16 %  
Coupures de 1 000 F  
Nominal total 10 MF  
Coefficient prorata temporis 0,5

Coupon couru sur le nominal total :

$$\frac{8,1875}{100} \times 0,5 \times 10\,000\,000 = 409\,375 \text{ F}$$

## 2. METHODE DE DECOMPTE DE JOURS

Les intérêts courus sont calculés sur l'intervalle [date de paiement du coupon précédent, date de règlement théorique]. Les intérêts courus sont nuls le jour du paiement de coupon (cf. CBV 95.02 figurant en annexe 19).

Tous les calculs sont effectués à la date de règlement théorique J+3 ouvrés. Ceci implique, pour les taux variables, la détermination de méthodes de cristallisation des taux de référence.

### 2.1. Taux fixe

#### Méthode Réels/Réels

Les intérêts courus sont calculés en prenant le nombre de jours écoulés entre le précédent détachement de coupon et la date de règlement théorique, celle-ci étant exclue, divisé par le nombre de jours exact de la période (29 février inclus pour les années bissextile).

Exemple de calcul du nombre de jours courus selon la méthode Réels retenue par le CNO :

| Date du coupon précédent | Date de règlement théorique | Nombre de jours courus |      |
|--------------------------|-----------------------------|------------------------|------|
|                          |                             | 365 j                  | 366j |
| 30/11                    | 28/02                       | 90                     | 90   |
| 30/11                    | 29/02                       |                        | 91   |
| 30/11                    | 01/03                       | 91                     | 92   |
| 30/11                    | 03/03                       | 93                     | 94   |
| 30/11                    | 30/03                       | 120                    | 121  |
| 30/11                    | 31/03                       | 121                    | 122  |
| 31/12                    | 28/02                       | 59                     | 59   |
| 31/12                    | 29/02                       |                        | 60   |
| 31/12                    | 01/03                       | 60                     | 61   |
| 31/12                    | 30/03                       | 89                     | 90   |
| 31/12                    | 31/03                       | 90                     | 91   |

#### Exemple :

EE 10 % 1978 (code valeur 10667)

Nominal = 1 000 F

Prochain coupon = 100 F

Nombre de jours entre le 22/05/95 (date de paiement du coupon précédent) et le 24/11/95 (date de règlement théorique) = 186.

Nombre de jours entre le 22/05/95 et le 22/05/96 (date du prochain coupon) = 366.

$$cc_{24/11/95}^{21/11/95} = \frac{186}{366} \times \frac{100}{1000} \times 100 = 5,0819672... \text{ arrondi commercialement à } 5,082 \%$$

## 2. METHODE DE DECOMPTE DE JOURS

Les intérêts courus sont calculés sur l'intervalle [date de paiement du coupon précédent, date de règlement théorique]. Les intérêts courus sont nuls le jour du paiement de coupon.

Tous les calculs sont effectués à la date de règlement théorique J+3 ouvrés. Ceci implique, pour les taux variables, la détermination de méthodes de cristallisation des taux de référence.

### 2.1. Taux fixe

#### Méthode ISMA 30 E/360 (12 mois de 30 jours) préconisée par le CNO

Les intérêts courus un 31 du mois sont égaux à ceux du 30 du même mois.

Nombre de jours du J1/M1/A1 au J2/M2/A2 :

si J1 = 31 alors J1 = 30

si J2 = 31 alors J2 = 30

Nb de jours =  $(J2 - J1) + 30 \times (M2 - M1) + 360 \times (A2 - A1)$

Exemple de calcul du nombre de jours courus selon la méthode 30E préconisée par l'ISMA et le CNO :

| Date du coupon précédent | Date de règlement théorique | Nombre de jours courus |
|--------------------------|-----------------------------|------------------------|
| 30/11                    | 28/02                       | 88                     |
| 30/11                    | 29/02                       | 89                     |
| 30/11                    | 01/03                       | 91                     |
| 30/11                    | 03/03                       | 93                     |
| 30/11                    | 30/03                       | 120                    |
| 30/11                    | 31/03                       | 120                    |
| 31/12                    | 28/02                       | 58                     |
| 31/12                    | 29/02                       | 59                     |
| 31/12                    | 01/03                       | 61                     |
| 31/12                    | 30/03                       | 90                     |
| 31/12                    | 31/03                       | 90                     |

Par exception, si la date de paiement du coupon est le 31 du mois et la date de règlement théorique le 30 du même mois, les intérêts courus le 31 sont nuls et ceux du 30 sont égaux au coupon plein. Le coupon couru n'augmente donc pas entre le 30 et le 31 du mois de détachement.

**Le détachement du coupon le 31 d'un mois est déconseillé par le CNO.**

Remarque :

La SBF applique la méthode précisée dans l'avis 85.135 présenté en annexe 16. Cette méthode ne correspond pas à la méthode 30 E/360 décrite ci-dessus.

**L'avis SBF 96.655 publié à la Cote Officielle du 21 février 1996 décrit les nouvelles modalités de calcul qui seront applicables à compter du 2 mai 1996.**

## 2.2. Taux variable

### 2.2.1. Taux révisables/ Référence monétaire inférieure à l'année

Ce sont en général des emprunts PIBOR 3 MOIS REVISABLES (P3R) qui sont venus de la transposition au marché français des "floating rate notes" référencés sur le Libor.

Ils reposent tous sur le même schéma : le coupon est versé trimestriellement.

#### Méthode Réels/360

#### 2.2.1.1. Calcul du coupon plein (utilisé pour le calcul des marges)

$$CF = \frac{Tbb}{100} \times \frac{p}{360} \times NOM$$

Notations :

- CF = Prochain coupon en francs (application des règles d'arrondi 1.1)).
- Tbb = Taux de référence (généralement Pibor 3 mois spot d'un jour donné situé avant le début de chaque période d'intérêt) éventuellement corrigé de la marge faciale et des bornes.
- p = Nombre exact de jours de la période d'intérêt.
- NOM = Valeur nominale du titre (20 000 F).

Le calcul du coupon plein de J+3 ouvrés étant effectué en J, il est nécessaire dans certains cas d'utiliser la méthode de cristallisation pour déterminer le taux de référence.

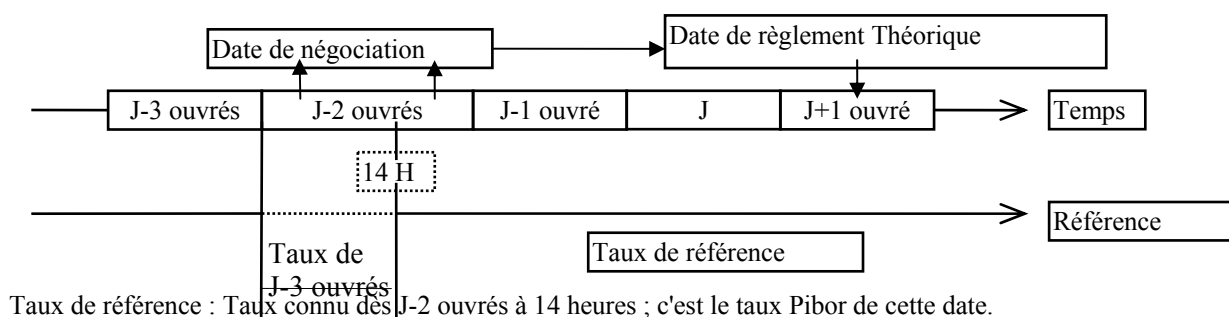
**Le CNO retient le dernier taux de référence connu aux date et heure de calcul.**

#### Exemple :

Pour les emprunts P3R, le taux de référence est pris deux jours ouvrés avant le début de la période trimestrielle concernée. Soit J le premier jour de cette période, c'est donc le jour du détachement de coupon. A partir de J-2 ouvrés, on doit faire des calculs de J+1 ouvré et, au delà, en utilisant le Pibor de J-2 ouvrés.

Entre J-2 ouvrés 0h et J-2 ouvrés 14h, ce taux est inconnu. On utilise donc le Pibor de la veille de la date de calcul jusqu'à 14h, et le Pibor du jour de calcul après 14h.

Cas particulier d'une négociation en J-2 ouvrés lorsque le coupon se détache en J :





## 2.2. Taux variable

### 2.2.1. FRN/ Référence monétaire inférieure à l'année

Pour ce type de titre, le taux de référence est usuellement un taux instantané interbancaire de type Libor, Pibor.

Méthode ISMA Réels/360 préconisée par le CNO.

#### 2.2.1.1. Calcul du coupon plein (utilisé pour le calcul des marges)

$$CF = \frac{T_{bb}}{100} \times \frac{p}{360} \times NOM$$

Notations :

- CF = Prochain coupon en francs.
- T<sub>bb</sub> = Taux de référence éventuellement corrigé de la marge faciale et des bornes.
- p = Nombre exact de jours de la période d'intérêt.
- NOM = Valeur nominale du titre.

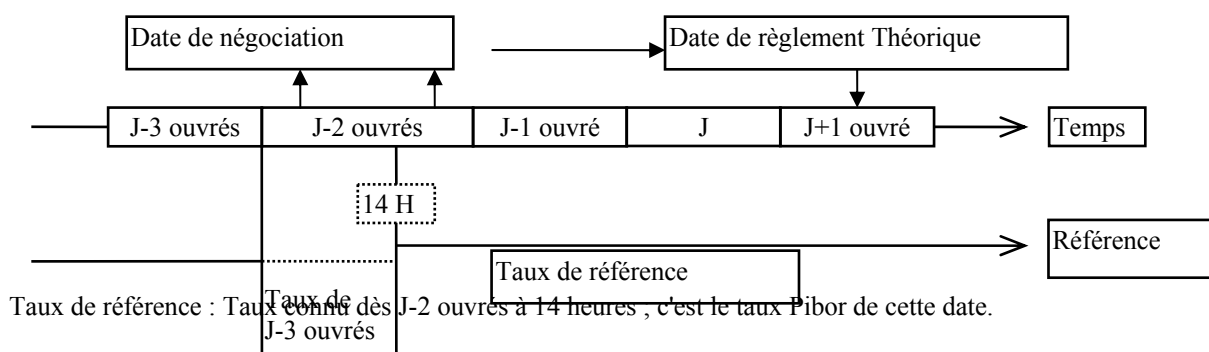
Le calcul du coupon plein de J+3 ouvrés étant effectué en J, il est nécessaire dans certains cas d'utiliser la méthode de cristallisation pour déterminer le taux de référence.

**Le CNO préconise l'utilisation du dernier taux de référence connu aux date et heure de calcul.**

#### Exemple :

Pour les emprunts P3R, le taux de référence est pris deux jours ouvrés avant le début de la période trimestrielle concernée. Soit J le premier jour de cette période, c'est donc le jour du détachement de coupon. A partir de J-2 ouvrés, on doit faire des calculs de J+1 ouvré et, au delà, en utilisant le Pibor de J-2 ouvrés. Entre J-2 ouvrés 0h et J-2 ouvrés 14h, ce taux est inconnu. On utilise donc le Pibor de la veille de la date de calcul jusqu'à 14h, et le Pibor du jour de calcul après 14h.

Cas particulier d'une négociation en J-2 ouvrés lorsque le coupon se détache en J :



**Exemple : CRÉDIT LYONNAIS P3R décembre 1987 (code valeur 11036)****a) Caractéristiques**

Valeur nominale du titre : 20 000 F.

Date de jouissance du premier coupon plein : 17 mars 1988.

Intérêts : Versés le troisième mercredi du dernier mois de chaque trimestre civil, leur montant est égal au Pibor 3 mois constaté 2 jours ouvrés avant le début de chaque période d'intérêt, majoré de 0,10%.

La date de référence des coupons coïncide avec le jour de liquidation du contrat à terme Matif PIBOR 3 mois. De la sorte, l'émetteur et les investisseurs disposent d'un instrument complémentaire leur permettant de gérer les flux d'intérêts de l'emprunt.

**b) Exemple de quatre coupons pleins**

| DATES      |                         |                       | PIBOR<br>3 mois de<br>référence<br>P3 Mois | Nombre<br>réel de<br>jours de la<br>période | Coupons pleins<br>$20000 \times \frac{P3\text{Mois} + 0,1}{100} \times \frac{J}{360}$ |
|------------|-------------------------|-----------------------|--------------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| Référence  | Jouissance<br>du coupon | Païement<br>du coupon |                                            |                                             |                                                                                       |
| 19 déc 94  | 21 déc 94               | 15 mars 95            | 6,00000                                    | 84                                          | $20000 \times \frac{6,10000}{100} \times \frac{84}{360} = 284,67 \text{ F}$           |
| 13 mars 95 | 15 mars 95              | 21 juin 95            | 9,00000                                    | 98                                          | $20000 \times \frac{9,10000}{100} \times \frac{98}{360} = 495,45 \text{ F}$           |
| 19 juin 95 | 21 juin 95              | 20 sept 95            | 7,30859                                    | 91                                          | $20000 \times \frac{7,40859}{100} \times \frac{91}{360} = 374,55 \text{ F}$           |
| 18 sept 95 | 20 sept 95              | 20 déc 95             | 5,83203                                    | 91                                          | $20000 \times \frac{5,93203}{100} \times \frac{91}{360} = 299,90 \text{ F}$           |

**2.2.1.2. Calcul du coupon couru**

$$cc_{j+n}^j = \frac{CNF}{NOM} \times \frac{n_{j+n}}{p} \times 100$$

Notations :

$cc_{j+n}^j$  = Coupon couru net à la date  $j+n$ , réputé calculé à la date  $j$ , exprimé en pourcentage du nominal et arrondi commercialement à trois décimales.

CNF = Coupon plein net en francs.

NOM = Valeur nominale du titre.

$n_{j+n}$  = Nombre de jours compris entre la date de jouissance (incluse) du coupon qui court à la date  $j+n$  et la date  $j+n$  (exclue).

$p$  = Nombre exact de jours de la période d'intérêt.

**2.2.1.2. Calcul du coupon couru**

$$cc_{j+n}^j = \left( Tbb_{j+n}^j \times \frac{p}{360} \right) \times \frac{n_{j+n}}{p} \quad \text{c'est à dire :} \quad cc_{j+n}^j = Tbb_{j+n}^j \times \frac{n_{j+n}}{360}$$

Notations :

$cc_{j+n}^j$  = Coupon couru net à la date  $j+n$ , réputé calculé à la date  $j$ , exprimé en pourcentage du nominal et arrondi commercialement à trois décimales.

$Tbb_{j+n}^j$  = Taux de référence éventuellement corrigé de la marge faciale.

$n_{j+n}$  = Nombre de jours compris entre la date de jouissance (incluse) du coupon qui court à la date  $j+n$  et la date  $j+n$  (exclue).

$p$  = Nombre exact de jours de la période d'intérêt.

Remarque :

Méthode recommandée par la SBF pour les titres cotés à Paris (cf. Avis 85.135 en annexe 16). Le calcul des intérêts courus des emprunts P3R diverge de la méthode ISMA. Le coupon couru est en effet calculé de la façon suivante :

$$cc_{j+n}^j = CF \times \frac{n'}{p'}$$

$CF$  = Prochain coupon en francs, obtenu grâce à la méthode expliquée précédemment, sur lequel a été pratiqué un arrondi commercial à deux décimales.

$p'$  = Nombre de jours de la période d'intérêt calculé sur une base de mois de 30 jours.

$n'$  = Nombre de jours courus calculé sur une base de mois de 30 jours.

Cette méthode ne correspond pas à la norme ISMA Réels/360.

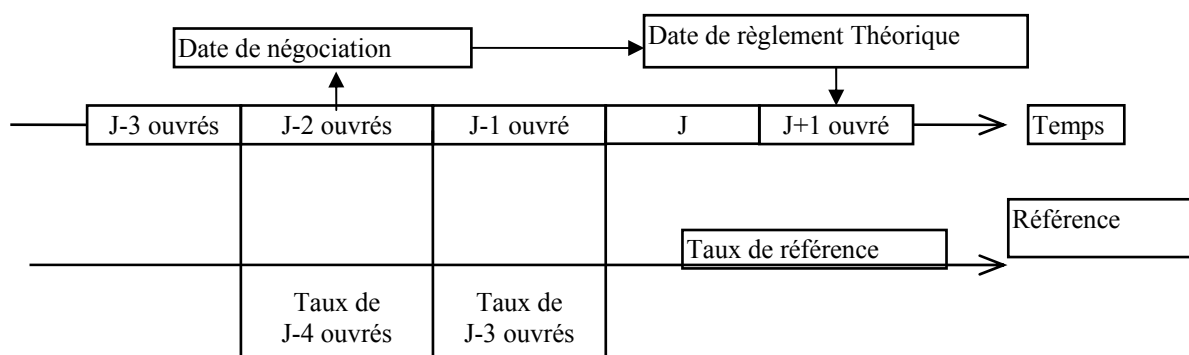
Pour le calcul effectué en J du coupon couru de J+3 ouvrés, il est nécessaire dans certains cas de déterminer le taux de référence à retenir.

**Le CNO retient l'utilisation du dernier taux de référence valide (cf. chapitre 5) à la date de calcul.**

**Exemple :**

Pour les emprunts P3R, le taux de référence est pris deux jours ouvrés avant le début de la période trimestrielle concernée. Soit J le premier jour de cette période, c'est donc le jour du détachement de coupon. A partir de J-2 ouvrés, on doit faire des calculs de J+1 ouvré et, au delà, en utilisant le Pibor de J-2 ouvrés. En J-2 ouvrés le taux Pibor validé est celui de J-4 ouvrés. En J-1 ouvré le taux Pibor validé est celui de J-3 ouvrés. A partir de J, le taux Pibor de J-2 ouvrés est validé et est utilisé pour le calcul du coupon couru.

Cas particulier d'une négociation en J-2 ouvrés lorsque le coupon se détache en J :



Taux de référence : Taux validé en J ; c'est le taux Pibor connu à J-2 ouvrés.

**L'avis SBF 96.655 publié à la Cote Officielle du 21 février 1996 décrit les nouvelles modalités de calcul qui seront applicables à compter du 2 mai 1996.**

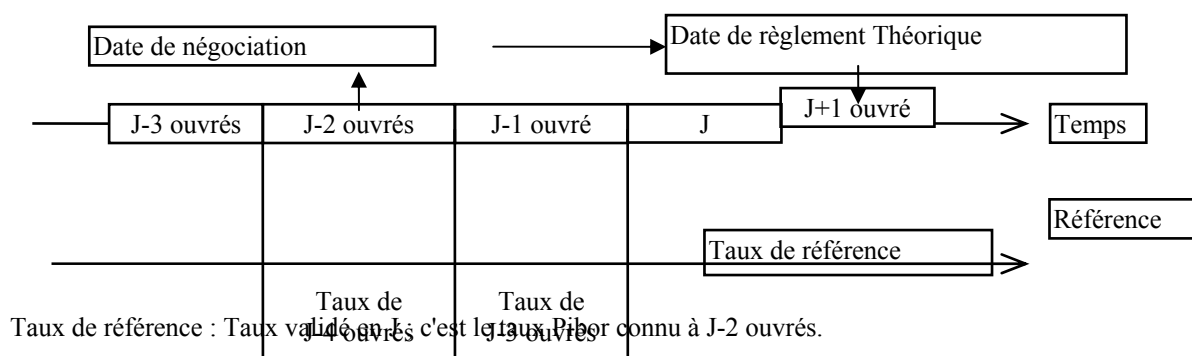
Le calcul du coupon couru de J+3 ouvrés étant effectué en J, il est nécessaire dans certains cas de déterminer le taux de référence à retenir.

**Le CNO préconise l'utilisation du dernier taux de référence valide (cf. chapitre 5) à la date de calcul.**

**Exemple :**

Pour les emprunts P3R, le taux de référence est pris deux jours ouvrés avant le début de la période trimestrielle concernée. Soit J le premier jour de cette période, c'est donc le jour du détachement de coupon. A partir de J-2 ouvrés, on doit faire des calculs de J+1 ouvré et, au delà, en utilisant le Pibor de J-2 ouvrés. En J-2 ouvrés le taux Pibor validé est celui de J-4 ouvrés. En J-1 ouvré le taux Pibor validé est celui de J-3 ouvrés. A partir de J, le taux Pibor de J-2 ouvrés est validé et est utilisé pour le calcul du coupon couru.

Cas particulier d'une négociation en J-2 ouvrés lorsque le coupon se détache en J :



### 2.2.1.3. Problème de calendrier

L'ISMA préconise la règle du "Rolling Business day" pour les dates de tombée de coupon :

Notre Traduction de la Recommandation 11 de l'ISMA est la suivante (cf. texte original figurant en annexe 17) :

**Recommandation 11 obligations à taux révisable : pas de dates calendaires fixes de coupon.** Les dates de détachement de coupon sur les obligations à taux révisable (FRN) ne devront pas être calendaires fixes mais suivront l'exemple suivant (coupon semestriel) :

La date de détachement du coupon est la date qui tombe six mois après le règlement théorique et, par la suite, six mois après le précédent détachement de coupon. Si la date ainsi définie tombe un jour non ouvré, le détachement du coupon sera reporté au premier jour ouvré suivant sauf si ce premier jour ouvré suivant est dans le mois suivant. Dans ce dernier cas, la date de détachement du coupon sera le dernier jour ouvré précédant la "date ainsi définie"; par la suite, les dates de détachement de coupon suivantes seront le dernier jour ouvré du sixième mois suivant le mois du dernier détachement de coupon.

Remarque :

La définition d'un jour ouvré est précisé dans la nouvelle règle 221 comme étant le jour où, simultanément, Cedel, Euroclear et le marché au comptant de la devise sont ouverts (figurant en annexe 18).

**Exemple :**

- taux variable mensuel
- date de 1er coupon : lundi 29 janvier 1996
- date de paiement de coupon :
  - jeudi 29 février
  - vendredi 29 mars
  - lundi 29 avril
  - mercredi 29 mai
  - vendredi 28 juin (normalement samedi 29 juin)
  - lundi 29 juillet (normalement dimanche 28 juillet)
  - jeudi 29 août
  - lundi 30 septembre

Cette méthode provoque le décalage des dates de détermination du taux de référence par rapport aux dates théoriques telles qu'elles ressortent de la fiche d'émission.

Remarque :

Pour les titres cotés à Paris, INFORMATITRES reçoit de la part de l'établissement chargé du service financier la date de paiement et le montant de chaque coupon. Cette information n'est pas diffusée dans la presse. Si l'émetteur publie un échéancier dès l'émission ou s'il respecte une règle de décalage précise, les montants des coupons pourront être recalculés.

**Par souci de convergence entre les deux compartiments du marché du franc, le CNO demande aux émetteurs de respecter les dispositions suivantes :**

**1- Détermination des dates réelles de détachement de coupon.**

Les coupons doivent se détacher un jour ouvré conformément aux usages internationaux. Pour cela la règle de décalage à appliquer est celle mentionnée dans la recommandation 11 de l'ISMA rappelée ci-dessus.

**2- Calculs actuariels**

Si un calendrier de détachement de coupon est publié à l'émission, les calculs actuariels sont faits selon ce calendrier.

Sinon, pour les coupons encore inconnus, on utilisera un calendrier théorique. Celui-ci sera constitué à partir des éléments présents dans la fiche d'émission (exemple : paiement des intérêts etc...), sans appliquer de règle de décalage en jour ouvré, pour les dates de détachement de coupons (même pratique que sur le marché français). Pour le coupon déjà connu, on utilisera les date et montant effectifs. Tous les calculs actuariels seront effectués en fonction de ce calendrier sans tenir compte des dates réelles de détachement des coupons. Ces dernières pourront être ajustées en fonction des jours fériés ou de l'évolution des systèmes de règlement\ livraison.

## 2.2.2. Référence postdéterminée annuelle (TME)

Seule la référence TME est présentée ici, dans la mesure où elle est la seule référence post-déterminée à avoir été utilisée sur le marché de l'Eurofranc.

### Méthode Réels/Réels

#### 2.2.2.1. Estimation du coupon plein (utilisée pour le calcul des marges)

$$CF = \frac{Tbb_e}{100} \times NOM$$

avec

$$tb_e = \frac{\sum_{k=1}^{k=r} \frac{\sum_{i=1}^{h_k} t_{i,k}}{h_k}}{r}$$

Notations :

$Tbb_e$  =  $tb_e$  corrigé de la marge faciale (additive et/ou multiplicative) et du taux minimum ou maximum.

$r$  = Nombre de mois de la période de référence R.

$h_k$  = Nombre de vendredis du mois k.

$t_{i,k}$  = ième indice hebdomadaire (THE) du mois k connu à la date de calcul j.

= dernier indice hebdomadaire (THE) de référence connu à la date de calcul j, sinon (cristallisation).

Si tous les  $t_{i,k}$  du mois k sont connus à la date de calcul j, alors le terme  $\frac{1}{h_k} \sum_{i=1}^{h_k} t_{i,k}$  est remplacé par l'indice mensuel du mois k, noté  $TME_k$ . De plus, ce terme est arrondi commercialement à deux décimales pour  $k = (1, \dots, r)$ .



## 2.2.2. Référence postdéterminée annuelle (TME)

Pour le décompte du nombre de jours courus, le CNO préconise d'appliquer la méthode Réels/ Réels à un taux de base calculé selon les méthodes du marché français, soit en Réels/ Réels.

Toutefois, si certains contrats explicitent une méthode de décompte de jours courus spécifique, c'est cette dernière qui prévaudra.

### 2.2.2.1. Estimation du coupon plein (utilisée pour le calcul des marges)

$$CF = \frac{Tbb_e}{100} \times NOM$$

Remarque :

$Tbb_e$  =  $tb_e$  corrigé de la marge faciale (additive et/ou multiplicative) et du taux minimum ou maximum.

$tb_e$  = Taux de base estimé est la moyenne mensuelle des TME des mois de la période de référence, connus pour les mois entièrement écoulés et estimés pour les suivants. Cette estimation dépend uniquement de l'évolution des taux entre la date de calcul (date de négociation) et la fin de la période de référence, elle est indépendante de la date de règlement théorique. La formule du paragraphe correspondant sur le marché français s'applique donc.

### 2.2.2.2. Calcul du coupon couru

En général (la date  $j+n$  appartient à la période de référence  $R$ ), le coupon couru est déterminé à partir du taux  $tb_{j+n}^j$  après correction éventuelle des bornes et marges faciales.

$$cc_{j+n}^j = \frac{n_{j+n}}{N_{j+n}} \times Tbb_{j+n}^j$$

avec :

- $cc_{j+n}^j$  = Coupon couru net à la date  $j+n$ , réputé calculé à la date  $j$ , exprimé en pourcentage du nominal et arrondi commercialement à trois décimales.
- $n_{j+n}$  = Nombre de jours compris entre la date de jouissance (incluse) du coupon qui court à la date  $j+n$  et la date  $j+n$  (exclue).
- $N_{j+n}$  = Nombre de jours compris entre la date de jouissance (incluse) du coupon qui court à la date  $j+n$ , et la date d'échéance (exclue) de ce coupon.
- $Tbb_{j+n}^j = tb_{j+n}^j$  corrigé de la marge faciale (additive et/ou multiplicative) et du taux minimum ou maximum.

Le taux de base  $tb_{j+n}^j$  du coupon couru à la date  $j+n$ , réputé calculé à la date  $j$  se détermine à partir de la formule suivante :

$$tb_{j+n}^j = \frac{\sum_{k=1}^{k=m} \frac{q_k^{j+n}}{q_k} \times \frac{\sum_{i=1}^{h_k^{j+n}} t_{i,k}}{h_k^{j+n}}}{\sum_{k=1}^{k=m} \frac{q_k^{j+n}}{q_k}}$$

- $h_k^{j+n}$  = Max (1; nombre de vendredis (date d'effet) du mois  $k$  dont le mardi suivant (date de validité) est antérieur ou égal à la date  $j+n$ ).
- $m$  = Nombre de mois de la période de référence entièrement ou partiellement écoulés à la date  $j+n$ .
- $q_k$  = Nombre de jours du kème mois de la période de référence, appelé mois  $k$ .
- $q_k^{j+n}$  = Nombre de jours du mois  $k$  antérieurs ou égal à la date  $j+n$ .

Remarque :

Le terme  $\frac{q_k^{j+n}}{q_k}$  vaut 1 quand le mois  $k$  est entièrement écoulé à la date  $j+n$ .

- $t_{i,k}$  =  $i$ ème indice hebdomadaire du mois  $k$ , si sa date de validité est antérieure ou égale à la date  $j$ .
- =  $t_j$ , dernier indice hebdomadaire de référence valide à la date  $j$ , sinon (cristallisation).

Remarque :

Si tous les  $t_{i,k}$  du mois  $k$  sont validés à la date  $j$ , alors le terme  $\frac{1}{h_k^{j+n}} \sum_{i=1}^{h_k^{j+n}} t_{i,k}$  est remplacé par l'indice mensuel du mois. De plus, ce terme est arrondi commercialement à deux décimales pour  $k = (1, \dots, m)$ .

#### **2.2.2.2. Calcul du coupon couru**

La formule du paragraphe correspondant sur le marché français s'applique.

Lorsque la date  $j+n$  n'appartient pas à la période de référence  $R$ , le coupon couru est déterminé à partir du montant du coupon plein net en francs. Il est arrondi commercialement à trois décimales.

$$cc_{j+n}^j = \frac{n_{j+n}}{N_{j+n}} \times \frac{CNF}{NOM} \times 100$$

Notations :

- $cc_{j+n}^j$  = Coupon couru net à la date  $j+n$ , réputé calculé à la date  $j$ , exprimé en pourcentage du nominal et arrondi commercialement à trois décimales.
- $n_{j+n}$  = Nombre de jours compris entre la date de jouissance (incluse) du coupon qui court à la date  $j+n$  et la date  $j+n$  (exclue).
- $N_{j+n}$  = Nombre de jours compris entre la date de jouissance (incluse) du coupon qui court à la date  $j+n$ , et la date d'échéance (exclue) de ce coupon.
- CNF = Coupon plein net en francs (cf. chapitre 4 "Coupons pleins").
- NOM = Valeur nominale du titre.

### 3. RENDEMENT DES TAUX FIXES

#### 3.1. Taux actuariel

Sur le marché obligataire français, le taux actuariel d'un emprunt est le taux annuel qui, à une date donnée, égalise à ce taux et à intérêts composés, les valeurs actuelles des montants à verser et des montants à recevoir. La date donnée est dite date de calcul.

La méthode retenue par le CNO consiste à actualiser chaque flux de l'obligation en déterminant le nombre d'années qui sépare la date du flux de la date de calcul et, pour ce qui concerne la période brisée, à rapporter le nombre exact de jours sur 365 ou 366 jours, selon le nombre exact de jours qui sépare les deux dates anniversaires encadrant la date de calcul. En répétant cette méthode pour chaque flux, la valeur actuelle calculée de l'obligation concernée devient la somme des valeurs actuelles de chaque flux (cf. chapitre 7 sur le taux actuariel).

$$P_{\text{Date de calcul}} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{F_i}{(1+t)^{a_i + \frac{nbc_i}{w_i}}}$$

Notations :

- P = Prix coupon couru inclus.
- $F_i$  = i<sup>ème</sup> flux de l'obligation.
- $a_i$  = Nombre d'années entières séparant la date de calcul de celle flux  $F_i$ .
- $D_i$  = Date obtenue en ôtant  $a_i$  années de la date du flux  $F_i$ .
- $nbc_i$  = **Nombre de jours exact** séparant la date de calcul de  $D_i$ .
- $w_i$  = Nombre de jours exact entre  $D_i$  et  $D_i$  moins 1 an.  
= 365 ou 366
- n = Nombre de flux restant à échoir à la date de calcul.
- Date de calcul = Sauf indication contraire, date de règlement théorique.

### 3. RENDEMENT DES TAUX FIXES

#### 3.1. Taux actuariel

Sur le compartiment international du marché du franc, les coupons sont annuels. La méthode de calcul du taux actuariel est la suivante :

$$P_{\text{Date de calcul}} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{F_i}{(1+t)^{a_i + \frac{nbc_i}{360}}}$$

Notations :

- P = Prix coupon couru inclus.
- $F_i$  = i<sup>ème</sup> flux de l'obligation.
- $a_i$  = Nombre d'années entières séparant la date de calcul de celle du flux  $F_i$ .
- $D_i$  = Date obtenue en ôtant  $a_i$  années de la date du flux  $F_i$ .
- $nbc_i$  = **Nombre de jours calculé en 30E** séparant la date de calcul de  $D_i$ .
- n = Nombre de flux restant à échoir à la date de calcul.
- Date de calcul = Sauf indication contraire, date de règlement théorique.

#### 3.2. Rendement courant : Taux coupon

$$RC = \frac{I}{C} \times 100$$

Notations :

- I = Taux d'intérêt annuel.
- C = Cours nu.

## 4. RENDEMENT DES TAUX VARIABLES

### 4.1. Définition

#### - Marge actuarielle

La marge actuarielle annuelle d'un emprunt à taux variable mesure l'écart entre son taux de rendement actuariel annuel estimé et l'équivalent actuariel annuel de son indice de référence. Le taux de rendement estimé est obtenu en cristallisant le dernier indice de référence pour l'évaluation des coupons futurs, et ce, jusqu'à la dernière échéance.

#### Remarques :

#### - Marge faciale

La rémunération de certains emprunts obligataires à taux variable peut ne pas être strictement égale à la valeur de l'indice de référence, mais être modifiée par une marge faciale qui est soit additionnelle ( $TME + 0,30\%$ ), soit multiplicative ( $0,90 \times TMO$ ), soit une combinaison des deux ( $1,5 \text{ TAM} - 1,20\%$ ). La marge faciale est contractuelle et n'intervient que pour le calcul de la rémunération de l'obligation.

#### - Marge actuarielle brute

Comme pour les taux actuariels des emprunts à taux fixe, il existe autant de marges actuarielles d'emprunts à taux variable que de régimes de retenue à la source relatifs aux intérêts et primes de remboursement. Notamment, pour les emprunts émis à compter du 1er janvier 1987, et en fonction du régime fiscal en application à la date du présent document, les marges nette, brute et super brute sont identiques.

### 4.2. La marge actuarielle

$$MA = TXE - TCRA$$

MA est exprimée en % et arrondie commercialement à la deuxième décimale.

#### Notations :

MA : Marge actuarielle.

TXE : Taux actuariel annuel estimé.

TCRA : Équivalent actuariel du taux de cristallisation.

#### 4. RENDEMENT DES TAUX VARIABLES

L'ISMA a répertorié sur le marché des euro-émission différentes méthodes d'évaluation. Elles sont présentées ci-après telles qu'elles figurent dans l'ouvrage "Formulae for Yield and Other Calculations" de Patrick Brown.

#### 4.1. Rendement courant : Taux coupon

Le rendement courant est la méthode d'analyse la plus simple pour les FRNs. Cette méthode rend compte du taux coupon sur le prix pied de coupon.

$$\text{rendement courant} = \frac{\text{prochain coupon}}{\text{prix pied de coupon}} \times 100 = \frac{\text{taux LIBOR afférent} + \text{marge faciale}}{\text{prix pied de coupon}} \times 100$$

**Examples :**

Examples :  
Emission A :

|              |                       |
|--------------|-----------------------|
| Libor 6 mois | = 8 9/16              |
| Coupon       | = Libor 6 mois + 1/8, |
| Prix         | = 97 3/4,             |
| Durée        | = 10 ans.             |

$$\text{rendement courant} = \frac{(8 \text{ g } / 16 + 1 / 8) \times 100}{97 \text{ } 3 / 4} = 8,89\%$$

Emission B :

Libor 3 mois = 8 5/16  
Coupon = Libor 3 mois + 1/8,  
Prix = 97 1/2,  
Durée = 8 ans.

$$\text{rendement courant} = \frac{(8\ 5/16 + 1/8) \times 100}{97\ 1/2} = 8,65\%$$

La méthode du rendement courant présente plusieurs faiblesses. Tout d'abord elle ne prend pas en compte l'impact de l'évolution future du taux Libor. De plus, la méthode du rendement courant ne rend compte ni des différences de taux liées à la fréquence des refixations ou des paiements de coupon, ni de l'impact de la durée de vie.

## 4.2. Les différentes marges

### 4.2.1. La Marge simple

$$\begin{aligned} \text{Marge simple} &= \text{amortissement de la décote ou de la prime} + \text{marge faciale} \\ &= \frac{(\text{prix de remboursement} - \text{prix pied de coupon})}{\text{durée}} + \text{marge faciale} \end{aligned}$$

**Exemple :**

Emission A :

Coupon = Libor 6 mois + 1/8,  
 Prix = 97 3/4,  
 Durée = 10 ans.  
 marge simple en % =  $(100 - 97 \frac{3}{4})/10 + 0,125$ .  
 = 0,35 %.



**Détermination de TCR et de TCRA**

| Type d'emprunt          | Taux de cristallisation TCR %                                                         | Taux de référence TCRA %                                                                                       |
|-------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| TMM, TAM                | TMP, taux moyen pondéré quotidien                                                     | $\left[ \left( 1 + \frac{\text{TCR} \times 365}{100 \times 360 \times 12} \right)^{12} - 1 \right] \times 100$ |
| P1C                     | PIBOR 1 mois quotidien                                                                |                                                                                                                |
| P3R, P3M                | PIBOR 3 mois quotidien                                                                | $\left[ \left( 1 + \frac{\text{TCR} \times 365}{100 \times 360 \times 4} \right)^4 - 1 \right] \times 100$     |
| TMB                     | THB, taux hebdomadaire des bons du Trésor à 13 semaines lors des adjudications (BTF). | TCR                                                                                                            |
| THE, TME, TRE, CNB, CNI | THE, taux hebdomadaire des emprunts d'Etat à long terme sur le marché secondaire      | TCR                                                                                                            |

(Voir les définitions précises des taux au chapitre 2 sur les indices de référence)

**Détermination de TXE**

Calculer TXE, c'est figer à un instant donné les flux futurs ( $F_i$ ) de l'emprunt étudié (généralement à la valeur de cristallisation aux marges faciales près), c'est donc transformer l'emprunt à taux variable en emprunt à taux fixe.

$$P_{\text{Date de calcul}} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{F_i}{(1 + \text{TXE})^{a_i + \frac{\text{nbc}_i}{w_i}}}$$

Notation :

- P = Prix coupon couru inclus.
- $F_i$  = i ème flux de l'obligation.
- $a_i$  = Nombre d'années entières séparant la date de calcul de celle du flux  $F_i$ .
- $D_i$  = Date obtenue en ôtant  $a_i$  années de la date du flux  $F_i$ .
- $\text{nbc}_i$  = Nombre de jours exact séparant la date de calcul de  $D_i$ .
- $w_i$  = Nombre de jours exact entre  $D_i$  et  $D_i$  moins 1 an.  
= 365 ou 366
- n = Nombre de flux restant à échoir à la date de calcul.
- Date de calcul = Sauf indication contraire, date de règlement théorique.

La méthode retenue pour le calcul des coupons futurs consiste à tenir compte de toute l'information disponible à la date de calcul, si elle est utile à la détermination des prochains coupons, puis de retenir le taux de cristallisation (TCR ou TCRA).

### 4.2.2. La Marge actualisée

La marge simple a deux inconvénients majeurs :

- Elle ne tient pas compte de l'impact du taux coupon sur la marge selon qu'on se trouve en-dessous ou au-dessus du pair.
- Elle fait l'hypothèse que les plus ou moins-values en capital s'amortissent linéairement sur la durée de l'emprunt au lieu de se composer géométriquement.

La formule de la marge actualisée surmonte ces obstacles, sous réserve de l'hypothèse (simplificatrice pour les calculs) que la fréquence des coupons postérieurs au premier est constante.

Les coupons postérieurs au premier (ou au prochain) déjà connu, sont supposés identiques. Chacun d'entre eux sera égal au taux annuel supposé, ajusté par le nombre de jours dans l'année divisé par le nombre de coupons par an. Conventionnellement, pour tous les FRNs autres qu'euro-sterling, le nombre de jours dans l'année est de 365,25.

La marge actualisée pour les FRNs remboursés à une échéance de coupon s'obtient en résolvant l'équation :

$$P \times \left(1 + \frac{(Tc + DM)}{100} \times d\right) = C + \sum_{i=1}^{i=n-1} \frac{F_i}{\left[1 + \frac{(TCR + DM)}{100} \times h\right]^i}$$

Notations :

- P = Prix coupon couru inclus.
- Tc = Taux de marché pour une durée égale à la durée comprise entre la date de calcul et la date du premier coupon. En pratique, on prend le dernier taux de référence connu (= TCR).
- DM = Marge actualisée.
- d = Fraction d'année entre la date de calcul et la date de premier coupon. C'est donc le nombre de jours réel entre ces deux dates divisé par 360, 365 ou le nombre de jours réel de l'année en fonction de l'émission (interprétation du CNO : en fonction des modalités du marché monétaire auquel elle se réfère).
- C = Premier coupon tombant après la date de calcul. Il est connu dans le cas d'emprunt à taux variable prédéterminé.
- TCR = Dernière valeur du taux de référence connue à la date de calcul.
- $h = \frac{365,25}{360} \times \frac{1}{f}$
- f = Nombre de coupons par an.
- $F_i$  = i<sup>ème</sup> flux de coupon ou de remboursement avec :
- $F_i = (TCR + a) \times h$ ,
- $F_{n-1} = (TCR + a) \times h + R$ ,
- où :
- a = marge faciale,
- R = Remboursement,
- n = Nombre de flux restant à échoir à la date de calcul.

**Le CNO préconise la méthode de la Marge actualisée.**

Sur le marché secondaire, le CNO préconise de retenir comme information passée des taux non nécessairement validés et connus selon les modalités suivantes :

THO et THE :

Rappel de la date de calcul : vendredi.

Prise en compte préconisée pour le calcul des marges : lundi suivant à la première heure.

Modification éventuelle des taux :

THE : aucune.

THO : le mardi et/ou le mercredi à la première heure.

THB :

Rappel de la date de calcul : lundi.

Prise en compte préconisée pour le calcul des marges : mardi à la première heure.

Modification éventuelle des taux : aucune.

TMP DU JOUR J-1 :

Rappel des date et heure de publication : j, 9 h 30.

Prise en compte préconisée pour le calcul des marges : j, au plus tard à 14 h 00.

Modification éventuelle des taux : aucune.

PIBOR DU JOUR J :

Rappel des date et heure de publication : j, 11 h 30.

Prise en compte préconisée pour le calcul des marges : j, au plus tard à 14 h 00.

Modification éventuelle des taux : aucune.

Sur le marché primaire, l'information passée correspond aux seuls taux dont les dates de validité sont antérieures à la date de calcul. Toutefois, dans certains cas, il peut être admis, pour déterminer une marge actuarielle à l'émission, de ne tenir compte que du taux de cristallisation (c'est-à-dire le dernier taux validé). La note d'information devra mentionner tous les éléments du calcul : prise en compte ou non de l'information passée, niveau et date d'effet du taux de cristallisation ainsi que son équivalent actuariel.

### 4.3. Exemple

CEPME 1995 P3R non Matifiable

|                                    |                                                                                  |
|------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| Nominal :                          | 5 000 F.                                                                         |
| Prix d'émission :                  | 5 050 F (soit 101 %).                                                            |
| Date de jouissance :               | 20 novembre 1995.                                                                |
| Date des coupons :                 | Le 20 des mois de Mars, Juin, Septembre et Décembre jusqu'à l'échéance du titre. |
| Référence :                        | Le Pibor 3 mois déterminé deux jours avant le début de la période de coupon.     |
| Amortissement :                    | En totalité, au pair, le 20 novembre 1999.                                       |
| Marge faciale :                    | 0,10 %.                                                                          |
| Date de négociation :              | 22 novembre 1995.                                                                |
| Date de règlement théorique :      | 27 novembre 1995.                                                                |
| Cours pied de coupon du 22/11/95 : | 101 %.                                                                           |
| Coupon couru le 27/11/95 :         | 0,112 %.                                                                         |

### 4.3. Exemple

Pour mettre en lumière les différences entre les calculs du CNO et ceux de l'ISMA, le même emprunt CEPME 1995 P3R émis sur le marché français, a été traité selon les deux méthodes.

CEPME 1995 P3R non Matifiable

|                                    |                                                                                  |
|------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| Nominal :                          | 5 000 F.                                                                         |
| Prix d'émission :                  | 5 050 F (soit 101 %).                                                            |
| Date de jouissance :               | 20 novembre 1995.                                                                |
| Date des coupons :                 | Le 20 des mois de Mars, Juin, Septembre et Décembre jusqu'à l'échéance du titre. |
| Référence :                        | Le Pibor 3 mois déterminé deux jours avant le début de la période de coupon.     |
| Amortissement :                    | En totalité, au pair, le 20 novembre 1999.                                       |
| Marge faciale :                    | 0,10 %.                                                                          |
| Date de négociation :              | 22 novembre 1995.                                                                |
| Date de règlement théorique :      | 27 novembre 1995.                                                                |
| Cours pied de coupon du 22/11/95 : | 101 %.                                                                           |
| Coupon couru le 27/11/95 :         | 0,112 %.                                                                         |

### 4.3.1. Flux futurs de l'emprunt

- Premier coupon C du 20 février 1996 :

Prédéterminé à la date de calcul (= date de règlement théorique), sur la base du Pibor 3 mois du 18 novembre 1995 (5,64062 %).

$$5000 \times \frac{5,64062 + 0,10}{100} \times \frac{92}{360} = 73,36 \text{ F}$$

- Coupons pleins calculés sur n jours (89, 90 et 92), estimés sur la base du Pibor 3 mois du Mercredi 22 novembre 1995 (5,56250 %), soit :

$$5000 \times \frac{5,56250 + 0,10}{100} \times \frac{89}{360} = 70,00 \text{ F}$$

$$5000 \times \frac{5,56250 + 0,10}{100} \times \frac{90}{360} = 70,79 \text{ F}$$

$$5000 \times \frac{5,56250 + 0,10}{100} \times \frac{92}{360} = 72,36 \text{ F}$$

**Tableau Récapitulatif des flux  $F_i$**

| Dates des Flux | i  | $D_i$    | $a_i$ | $nbc_i$ | $w_i$ | $a_i + (nbc_i / w_i)$ | $F_i$    |
|----------------|----|----------|-------|---------|-------|-----------------------|----------|
| 27/11/95       | 0  |          |       |         |       |                       | 5 055,60 |
| 20/02/96       | 1  | 20/02/96 | 0     | 85      | 365   | 0,232877              | 73,36    |
| 20/05/96       | 2  | 20/05/96 | 0     | 175     | 366   | 0,478142              | 70,79    |
| 20/08/96       | 3  | 20/08/96 | 0     | 267     | 366   | 0,729508              | 72,36    |
| 20/11/96       | 4  | 20/11/96 | 0     | 359     | 366   | 0,980874              | 72,36    |
| 20/02/97       | 5  | 20/02/96 | 1     | 85      | 365   | 1,232877              | 72,36    |
| 20/05/97       | 6  | 20/05/96 | 1     | 175     | 366   | 1,478142              | 70,00    |
| 20/08/97       | 7  | 20/08/96 | 1     | 267     | 366   | 1,729508              | 72,36    |
| 20/11/97       | 8  | 20/11/96 | 1     | 359     | 366   | 1,980874              | 72,36    |
| 20/02/98       | 9  | 20/02/96 | 2     | 85      | 365   | 2,232877              | 72,36    |
| 20/05/98       | 10 | 20/05/96 | 2     | 175     | 366   | 2,478142              | 70,00    |
| 20/08/98       | 11 | 20/08/96 | 2     | 267     | 366   | 2,729508              | 72,36    |
| 20/11/98       | 12 | 20/11/96 | 2     | 359     | 366   | 2,980874              | 72,36    |
| 20/02/99       | 13 | 20/02/96 | 3     | 85      | 365   | 3,232877              | 72,36    |
| 20/05/99       | 14 | 20/05/96 | 3     | 175     | 366   | 3,478142              | 70,00    |
| 20/08/99       | 15 | 20/08/96 | 3     | 267     | 366   | 3,729508              | 72,36    |
| 20/11/99       | 16 | 20/11/96 | 3     | 359     | 366   | 3,980874              | 5 072,36 |

#### Détermination du taux actuariel annuel estimé : TXE

Le 22 novembre 1995, en appliquant la relation de la page 26, on trouve un taux de rendement actuariel annuel estimé de :

$$\text{TXE} = 5,58246... \%$$

### 4.3.1. Flux futurs de l'emprunt

- Premier coupon C du 20 février 1996 :

Prédéterminé à la date de calcul (= date de règlement théorique), sur la base du Pibor 3 mois du 18 novembre 1995 (5,64062 %).

$$5000 \times \frac{5,64062 + 0,10}{100} \times \frac{92}{360} = 73,36 \text{ F}$$

- Coupons pleins suivants :

Sur la base du Pibor 3 mois du Mercredi 22 novembre 1995 de 5,56250 %, TCR = 5,56250 %.

$$5000 \times \frac{5,56250 + 0,10}{100} \times \frac{365,25}{360} \times \frac{1}{4} = 71,82 \text{ F}$$

$$d = \frac{85}{360}$$

**Tableau Récapitulatif des flux  $F_i$**

| Dates des Flux | i  | $F_i$    |
|----------------|----|----------|
| 27/11/95       |    | 5 055,60 |
| 20/02/96       |    | 73,36    |
| 20/05/96       | 1  | 71,82    |
| 20/08/96       | 2  | 71,82    |
| 20/11/96       | 3  | 71,82    |
| 20/02/97       | 4  | 71,82    |
| 20/05/97       | 5  | 71,82    |
| 20/08/97       | 6  | 71,82    |
| 20/11/97       | 7  | 71,82    |
| 20/02/98       | 8  | 71,82    |
| 20/05/98       | 9  | 71,82    |
| 20/08/98       | 10 | 71,82    |
| 20/11/98       | 11 | 71,82    |
| 22/02/99       | 12 | 71,82    |
| 24/05/99       | 13 | 71,82    |
| 24/08/99       | 14 | 71,82    |
| 24/11/99       | 15 | 5 071,82 |

**Détermination de l'équivalent actuariel du taux de cristallisation : TCRA**

Sur la base d'un Pibor 3 mois de 5,56250 % du 22 novembre 1995, l'équivalent actuariel ou TCRA est :

$$\text{TCRA} = \left[ \left( 1 + \frac{5,56250}{4} \times \frac{365}{36000} \right)^4 - 1 \right] \times 100$$

$$= 5,76015... \%$$

**4.3.2. Détermination de la Marge actuarielle : MA**

$$\text{MA} = \text{TXE} - \text{TCRA}$$

$$= -0,17769... \%$$

que l'on arrondit commercialement à 2 décimales :

$$\text{MA} = -0,18 \%$$

**4.3.3. Comparaison des 2 méthodes**

Cette marge se compare à celle de -0,17 % obtenue par calcul suivant la méthode du compartiment international (Eurofranc).

### 4.3.2. Détermination de la marge actualisée : DM

Le 22 novembre 1995, en posant  $t_e = \frac{TCR + DM}{100} \times h$ , on doit résoudre l'équation suivante :

$$5055,60 \times \left( 1 + \frac{(5,56250 + DM)}{100} \times \frac{85}{360} \right) = 73,36 + \sum_{i=1}^{i=14} \frac{71,82}{(1 + t_e)^i} + \frac{5071,82}{(1 + t_e)^{15}}$$

Avec dans notre exemple  $t_e = \frac{(5,56250 + DM)}{100} \times \frac{365,25}{360} \times \frac{1}{4}$

soit :

$$DM = 4 \times t_e \times \frac{36000}{365,25} - 5,56250$$

Ainsi :

$$DM = -0,17200... \%$$

que l'on peut arrondir commercialement à 2 décimales :

$$DM = -0,17 \%$$

### 4.3.3. Comparaison des 2 méthodes

Cette marge se compare à celle de -0,18 % obtenue par calcul suivant la méthode du compartiment national.



**CHAPITRE 12**

**MARCHE MONETAIRE**

## 1. BTAN

Les BTAN (Bons du Trésor à taux fixe et intérêts annuels) sont des valeurs assimilables du Trésor émises, pour des durées de 2 ou 5 ans, par voie d'adjudication le troisième jeudi de chaque mois, dans le cadre d'un calendrier semestriel publié à l'avance. Le Trésor émet une ligne nouvelle de BTAN 5 ans et de BTAN 2 ans par semestre, sur lesquelles sont ensuite assimilées les émissions mensuelles. Dans certains cas, les émissions à 2 ans peuvent également venir abonder les lignes préexistantes.

### 1.1. Calcul du montant réglé lors de l'adjudication

Deux jours ouvrables avant l'adjudication, qui a lieu le troisième jeudi de chaque mois, le Trésor indique le montant global de l'adjudication sous forme d'une fourchette. Les soumissions s'effectuent en prix pied de coupon exprimé en pourcentage du nominal, avec deux décimales. Le règlement a lieu le 5 du mois suivant pour les BTAN à 2 ans et le 12 pour les BTAN à 5 ans. Les règles d'emprise, disponibles auprès des SVT, limitent le montant des soumissions effectuées à un même prix afin d'éviter des perturbations du marché. Les BTAN ont une coupure nominale de 1 MF, ce qui en fait un titre particulièrement traité par les investisseurs professionnels. L'échéance des BTAN, ainsi que le paiement du coupon, sont toujours fixés le 12 du mois.

#### Caractéristiques de l'emprunt et données de marché :

Méthode de décompte du nombre de jours : Réels/ Réels.

$P_p$  : Prix pied de coupon en pourcentage du nominal avec 2 décimales.

NOM : Montant nominal en francs.

T : Taux nominal.

date j : date à laquelle le calcul du coupon couru est réputé être fait. Cette date ne peut être postérieure à la date de calcul.

date j+n : date pour laquelle on cherche la fraction courue du coupon. Généralement, n vaut 1 jour ouvré.

$n_x$  : nombre de jours compris entre la date de jouissance -incluse- du coupon qui court à la date x et la date x -exclue-.

$N_x$  : nombre de jours compris entre la date de jouissance -incluse- du coupon qui court à la date x, et la date d'échéance -exclue- de ce coupon.

$cc_{j+n}^j$  : coupon couru net à la date j+n, exprimé en pourcentage du nominal, réputé calculé à la date j.

M : Montant réglé en francs.

#### Méthode de calcul pour évaluer le montant à payer en francs :

Coupon couru en pourcentage du nominal :  $cc_{j+n}^j$

$$cc_{j+n}^j = T \times \frac{n_{j+n}}{N_{j+n}}$$

$cc_{j+n}^j$  est arrondi commercialement à 3 décimales.

Montant réglé en francs : M

$$M = \text{NOM} \times \frac{P_p + cc_{j+n}^j}{100}$$

Ce montant est tronqué au franc.

## 1.2. Exemple

### Caractéristiques de l'emprunt et données de marché :

Méthode de décompte du nombre de jours : Réels/ Réels.

$P_p = 99,20 \%$

$NOM = 10\,000\,000 \text{ FRF}$

$T = 5,75 \%$

date j : 2 février 1996

date j+1 : 5 février 1996

$n_{05/02/96} = 85$

$N_{05/02/96} = 366$

### Application de la méthode de calcul pour évaluer le montant à payer en francs :

Détermination du coupon couru :  $cc_{05/02/96}^{02/02/96}$

$$cc_{05/02/96}^{02/02/96} = 5,75 \times \frac{85}{366} = 1,33538251... \text{ arrondi à } 1,335$$

Le coupon couru vaut donc 1,335 %.

Montant réglé en francs : M

$$M = 10\,000\,000 \times \frac{(99,20 + 1,335)}{100} = 10\,053\,500$$

Le montant réglé en francs est donc de 10 053 500 FRF.

## 1.3. Calcul du montant réglé lors d'une transaction sur les marchés primaire ou secondaire

Sur le marché primaire les BTAN peuvent être en permanence traités en date de règlement avec calcul du coupon couru à la date du règlement.

Sur le marché secondaire le coupon couru est calculé en date de règlement, soit un jour ouvré après la date de négociation.

**Caractéristiques de l'emprunt et données de marché :**

Méthode de décompte du nombre de jours : Réels/ Réels.

NOM : Montant nominal en francs.

T : Taux nominal.

A : Nombre de tombées de coupon jusqu'à l'échéance du titre.

TXE : Taux de rendement actuariel annuel.

date j : Date à laquelle le calcul du coupon couru est réputé être fait. Cette date ne peut être postérieure à la date de calcul.

date j+n : Date pour laquelle on cherche la fraction courue du coupon. Généralement, n vaut 1 jour ouvré.

$n_x$  : Nombre de jours compris entre la date de jouissance -incluse- du coupon qui court à la date x et la date x -exclue-.

$N_x$  : Nombre de jours compris entre la date de jouissance -incluse- du coupon qui court à la date x, et la date d'échéance -exclue- de ce coupon.

P : Prix coupon couru inclus.

M : Montant réglé en francs.

**Méthode de calcul pour évaluer le montant à payer en francs :**

Détermination du prix coupon couru inclus : P

$$P = \frac{100}{\left(1 + \frac{\text{TXE}}{100}\right)^{\left(A - \frac{n_{j+n}}{N_{j+n}}\right)}} + \sum_{i=1, A} \frac{T}{\left(1 + \frac{\text{TXE}}{100}\right)^{\left(i - \frac{n_{j+n}}{N_{j+n}}\right)}}$$

Le prix exprimé en pourcentage n'est pas arrondi.

Montant réglé en francs : M

$$M = \text{NOM} \times \frac{P}{100}$$

Ce montant est tronqué au franc.

**1.4. Exemple****Caractéristiques de l'emprunt et données de marché :**

Méthode de décompte du nombre de jours : Réels/ Réels

NOM = 10 000 000 FRF

T = 5,75 %

A = 3

TXE = 6,06 %

date j : 2 février 1996

date j+1 : 5 février 1996

$n_{05/02/96}$  = 85

$N_{05/02/96}$  = 366

**Application de la méthode de calcul pour évaluer le montant à payer en francs :**

Détermination du prix coupon couru inclus: P

$$P = \frac{100}{\left(1 + \frac{6,06}{100}\right)^{\left(3 - \frac{85}{366}\right)}} + \sum_{i=1,3} \frac{5,75}{\left(1 + \frac{6,06}{100}\right)^{\left(i - \frac{85}{366}\right)}} = 100,53665723...$$

Le prix coupon couru inclus vaut donc 100,53665723...%.

Montant réglé en francs : M

$$M = 10000000 \times \frac{100,53665723...}{100} = 10053665,723... \text{tronqué à } 10\,053\,665 \text{ FRF.}$$

Le montant réglé en francs est donc de 10 053 665 FRF.

### 1.5. Tableau des différentes caractéristiques des BTAN et des BMTN

| Instruments           | BTAN                                                       | BMTN                                                                                           |
|-----------------------|------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Caractéristiques      | Bons du Trésor à taux fixe et intérêts annuels             | Bons à Moyen Terme Négociables                                                                 |
| Emetteurs             | Trésor                                                     | Banques, Entreprises, Institutions et Sociétés Financières Spécialisées                        |
| Méthodes d'émission   | Adjudication mensuelle                                     | 'au robinet'                                                                                   |
| Montant minimum       | 1 Million de Francs (ou équivalent dans une autre monnaie) |                                                                                                |
| Maturité initiale     | 2 et 5 ans                                                 | Supérieure à un an et un jour                                                                  |
| Marché secondaire OTC | Principalement les SVT                                     | Principalement les SVT et les courtiers                                                        |
| Documentation         | Néant                                                      | Dossier de présentation financière à remettre par l'émetteur à la COB et à la Banque de France |
| Règlement/ Livraison  | Saturne                                                    | Possible sur Saturne                                                                           |
| Intérêts              | Taux fixe                                                  | Taux fixe ou variable                                                                          |
| Païement              | Annuel                                                     | Déterminé au moment de l'émission                                                              |

#### Remarques :

- Les BTAN peuvent être présentés aux appels d'offre pour prise en pension de la Banque de France,
- La Banque de France publie tous les jours une liste de cotations pour l'ensemble des BTAN (pages REUTER : SVTG et SVTH) et les principaux BMTN (pages REUTER : BMTA à BMTE),
- Les BMTN sont des Titres de Créances Négociables,
- Un émetteur de BMTN est autorisé à racheter et annuler ses titres, sous réserve d'en informer la Banque de France.

## 2. BTF

Les bons du Trésor à taux fixe et à intérêt précompté (BTF) sont des titres assimilables du Trésor de maturité initiale inférieure ou égale à un an. Ils sont émis chaque semaine, par voie d'adjudication, dans le cadre d'un calendrier trimestriel publié à l'avance et précisant les échéances des bons qui seront mis en adjudication (certains BTF peuvent être émis hors calendrier pour des durées de 4 à 7 semaines en fonction des besoins de trésorerie). Un BTF de 13 semaines est émis chaque semaine. S'y ajoute, selon les cas, une émission de BTF semestriels ou annuels.

Depuis que les intérêts des BTF sont précomptés, le coupon C est nul. Le cash flow à la date de maturité est donc égal au montant nominal.

## **2.1. Calcul du montant réglé lors de l'adjudication**

Le jeudi précédant l'adjudication, qui a lieu le lundi, le Trésor communique le montant exact qui sera émis sur chacune des échéances. Les soumissions s'effectuent en taux postcomptés à deux décimales, exprimés en pourcentage l'an sur 360 jours. Les soumissions au taux limite sont réduites au prorata, sous réserve de l'arrondi au million de francs supérieur (quotité minimum).

### **Caractéristiques de l'emprunt et données de marché pour un BTF :**

NOM : Montant nominal en francs,  
 y : Taux postcompté,  
 n : Nombre de jours entre la date de règlement et la date de maturité,  
 Pt : Pourcentage servi au taux limite,  
 M : Montant à régler en francs.

### **Méthode de calcul pour évaluer le montant à payer en francs :**

Détermination du montant réglé en francs : M

$$M = \frac{\text{NOM}}{\left[ 1 + \left( \frac{y \times n}{360} \right) \right]}$$

La Banque de France débite pour le compte du Trésor dans le système Saturne le montant arrondi au franc le plus proche des adjudications, sans notification par les soumissionnaires et sans appariement.

Lors de la soumission au taux limite le nominal servi NOM' est de :

$$\text{NOM}' = \text{NOM} \times \text{Pt}$$

## 2.2. Exemple

**Caractéristiques de l'emprunt et données de marché pour un BTF à 13 semaines :**

$$\begin{aligned} n &= 91 \\ \text{NOM} &= 100\,000\,000 \text{ FRF} \\ \text{Pt} &= 37,70434 \% \end{aligned}$$

**Application de la méthode de calcul pour évaluer le montant à payer en francs :**

### a) Offre compétitive au taux de 5,76%

$$y = 5,76 \%$$

Montant réglé en francs : M

$$M = \frac{100000000}{\left[1 + \left(\frac{0,0576 \times 91}{360}\right)\right]} = 98564895,127... \text{ arrondi au franc supérieur à } 98\,564\,896 \text{ FRF.}$$

Le montant réglé en francs est donc de 98 564 896 FRF.

### b) Offre au taux limite de 5,77%

$$y' = 5,77 \%$$

Lors de la soumission au taux limite le nominal servi NOM' est de :

$$\begin{aligned} \text{NOM}' &= 10\,000\,000 \times 37,70434 \% \\ &= 37\,704\,340 \text{ FRF arrondi au million supérieur, soit } 38\,000\,000 \text{ FRF.} \end{aligned}$$

Montant réglé en francs : M'

$$M' = \frac{38000000}{\left[1 + \left(\frac{0,0577 \times 91}{360}\right)\right]} = 37453726,988... \text{ arrondi au franc supérieur à } 37\,453\,727 \text{ FRF.}$$

Le montant réglé en francs est donc de 37 453 727 FRF.

## 2.3. Transactions

L'achat d'un BTF sur le marché (when issued, marché secondaire, forward) obéit à des règles identiques. Les négociations s'effectuent sur la base d'un taux de rendement in fine à deux décimales, exprimé en pourcentage l'an sur 360 jours.

## 2.4. Tableau des différentes caractéristiques des instruments à court terme

| Instruments                 | BTF<br>Bons du Trésor<br>à taux Fixe                       | CDN<br>Certificats de<br>Dépôts<br>Négociables                                                                                         | BT<br>Billet de<br>Trésorerie | BISF<br>Bons des<br>Institutions et des<br>Sociétés<br>Financières |
|-----------------------------|------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| Caractéristiques            |                                                            |                                                                                                                                        |                               |                                                                    |
| Emetteurs                   | Trésor                                                     | Banques                                                                                                                                | Sociétés                      | Institutions et<br>Sociétés<br>Financières<br>Spécialisées         |
| Méthodes<br>d’émission      | Adjudication<br>hebdomadaire                               | ‘au robinet’                                                                                                                           |                               |                                                                    |
| Montant<br>minimum          | 1 Million de Francs (ou équivalent dans une autre monnaie) |                                                                                                                                        |                               |                                                                    |
| Maturité                    | 13, 26 ou 52<br>semaines et<br>parfois 4 ou 7<br>semaines  | Supérieure à 10 jours et inférieure à un an                                                                                            |                               |                                                                    |
| Marché<br>secondaire<br>OTC | Principalement<br>les SVT                                  | Intermédiaires financiers                                                                                                              |                               |                                                                    |
| Documentation               | Néant                                                      | Dossier de présentation financière pour visa (COB) si<br>l’émetteur n’a pas de rating, et pour information sinon<br>(Banque de France) |                               |                                                                    |
| Règlement<br>livraison      | Saturne                                                    | Possible sur Saturne (RGV : Relit Grande Vitesse)                                                                                      |                               |                                                                    |
| Intérêts                    | Taux fixe                                                  |                                                                                                                                        |                               |                                                                    |
| Paiement                    | précomptés                                                 | précompté ou postcompté                                                                                                                |                               |                                                                    |

Ces instruments sont habituellement traités avec les taux du marché monétaire (appelé 'in fine'), et la date de règlement est le premier jour ouvré suivant la date de transaction.

NOM : Montant nominal en francs,

T : Taux du coupon (le coupon est nul dans le cas de taux précompté),

y : Taux du marché monétaire,

n : Nombre de jours entre la date de règlement et la date de maturité,

d : Nombre de jours entre la date d'émission et la date de maturité,

M : Montant à régler en francs,

F : Cash flow à la date de maturité.

La formule suivante est utilisée pour évaluer le montant à payer en francs :

Cash flow à la date de maturité : F

$$F = \text{NOM} \times \left[ 1 + \left( \frac{T \times d}{360} \right) \right]$$

Montant réglé en francs : M

$$M = \frac{F}{\left[ 1 + \left( \frac{y \times n}{360} \right) \right]}$$



**2.5. Définition légale des instruments à court terme**

La définition des valeurs mobilières est donnée par la loi du 23 décembre 1988 qui les inclut dans la liste limitative des instruments financiers. A ce titre, la loi inclut les valeurs mobilières non cotées. La définition des titres de créances négociables se fonde sur la loi du 26 juillet 1991 pour les inclure dans la liste limitative des instruments financiers. A ce titre, elle exclut les Bons du Trésor.